ESPEJO
y
Reflejo

del *Caos* al ORDEN

Guía ilustrada de la teoría del caos y la ciencia de la totalidad

JOHN BRIGGS y F. DAVID PEAT

Ilustraciones de Cindy Tavernise

A *Maureen y Barbara*

quienes tuvieron que soportar cierto grado de caos

para que se escribiera este libro

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a estas personas la amable colaboración que prestaron para este libro:
Ashvin Chhabra y Roderick V. Jensen del Laboratorio Masón de Física Aplicada, Universidad de Yale; Benoit Mandelbrot y Dennis Arvey del centro de investigación Thomas J. Watson de IBM en Yorktown Heights, Nueva York; Ilya Prigogine y sus colegas del Centro de Mecánica Estadística, Universidad de Texas en Austin; Lynn Margulis y Gail Fleischaker de la Universidad de Boston; Dan Kalikow y David Brooks de Prime Computer; Peter Senge del MIT; Douglas Smith del Museo de Ciencias de Boston; Jim Crutchfield de la Universidad de California en Berkeley; Ron Dekett del *Bridgeport Telegram;* Frank McCluskey del Mercy College; Charles Redmond y Mike Gentry de la NASA; Roy Fairfield del Union Graduate School; Laurence Becker, experto en redes; y muy especialmente a nuestros correctores de Harper & Row, Jeanne Flagg y Rick Kot

INDICE

INTRODUCCIÓN 9

DEL ORDEN AL ***Caos***

Prólogo **Una antigua tensión** 13
LO PRIMERO DE TODO • OLVIDANDO EL CAOS, O LA REUNIÓN EN CASA DE HUN-TUN • LOS DEMONIOS NO LINEALES • RIZANDO EL RIZO • EL PROBLEMA DE POINCARE: COMO CAYO NEWTON SIN QUE NADIE LO NOTARA

Capítulo 1 **Atractores y mapas de lectura** 27
MAPAS DEL CAMBIO « SISTEMAS QUE VUELVEN A SUS JAULAS • LA PREGUNTA DE POINCARÉ

Capítulo 2 **La turbulencia, ese atractor extraño** 43
EL DILUVIO DE LEONARDO • DIMENSIONES TURBULENTAS

Capítulo 3 **La extraña ruta de la duplicación** 51
COMO OSCILAN LOS GUSANOS • METAMORFOSIS NO LINEAL • INTERMITENCIA: EL EMPAREDADO DE CAOS • UNIVERSALIDAD

Capítulo 4 **Magia iterativa** 65
¿COMO ERA ESO? • MULTIPLICANDO LA DIFERENCIA • ESTIRAMIENTOS

EL ESPEJO

CAPITULO O
En ambos *lados/Lados ambos en*
MEDIDAS DEL CAMBIO • MATEMÁTICA DE GOMA • UNA CUESTIÓN DE GRADO • UN EXPERIMENTO DE MEDICIÓN: UNA EXTRAÑA HISTORIA • EL FABULOSO FRACTAL • UN VIAJE ESPACIAL FRACTAL • FRACTALES POR DOQUIER
82

DEL *Caos* AL ORDEN

122 ***La gran ola*** ***Capítulo 4***
LA OBSESIÓN DE JOHN RUSSELL « MAS OLAS Y UNA MANCHA ROJA • SOLITONES SOLIDOS - SOLITONES BIOLÓGICOS • TÚNELES DE SOLITONES • HIRVIENDO EL UNIVERSO

139 ***La flecha del tiempo*** ***Capítulo 3***
CONOCEDOR DEL CAOS • EL TIEMPO DEL OPTIMISTA Y EL TIEMPO DEL PESIMISTA • PROPIEDADES RADICALMENTE NUEVAS • LA VENTANA DE LOS SENDEROS QUE SE BIFURCAN • ¿QUE DIRECCIÓN TIENE EL TIEMPO? • CAOS CREATIVO

161 ***Triunfos de la realimentación*** ***Capítulo 2***
LO COLECTIVO AUTÓNOMO • EL PLANETA NO LINEAL • EL CEREBRO NO LINEAL • FUTUROS NO LINEALES

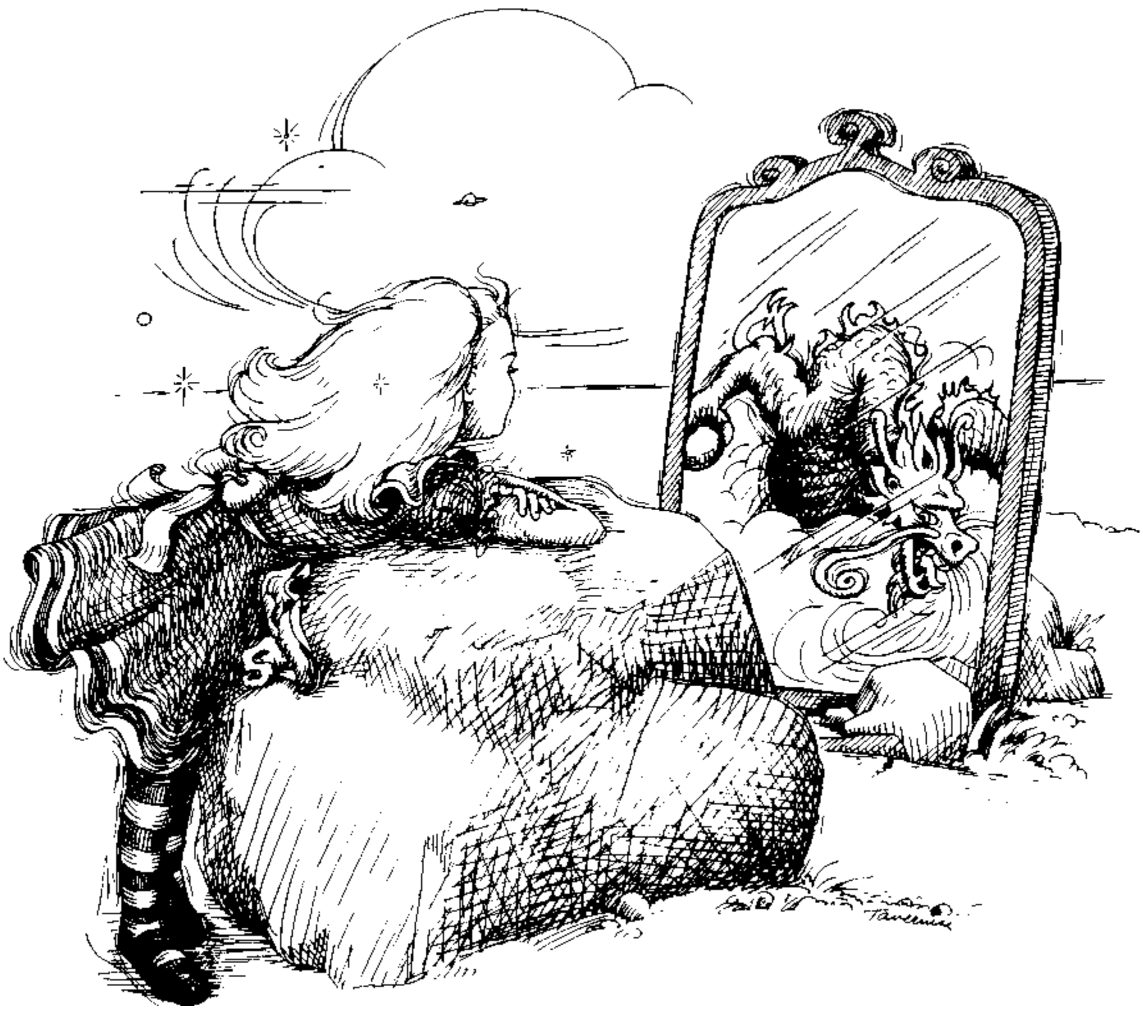
194 ***Raíces cuánticas de lo extraño*** ***Capítulo 1***
PARADOJAS NO LINEALES EN LO PEQUEÑO • ENGANCHE DE FASES

205 ***Tensión siempre renovada*** ***Prólogo***
DE NUEVO MONSIEUR POINCARE • MATICES: UNA SENSIBILIDAD EXTREMA • LA NATURALEZA FRACTAL DE LAS CREACIONES • EL ARTE DE LA CIENCIA Y OTRAS ARTES

217 INTRODUCCIÓN

El Emperador Amarillo dijo: "Cuando mi espíritu atraviese esa puerta y mis huesos regresen a la raíz de la cual nacieron, ¿qué quedará de mí?"

CHUANG TZU



El Himno de la Creación del Rig Veda *afirma que en el principio no había aire ni cielo ni agua ni muerte ni inmortalidad. La noche y el día no existían, y sólo había el hálito del Único. Entonces aconteció la creación. Nadie sabe cómo ocurrió, y el* Rig Veda *sugiere que es posible que ni siquiera el Único lo sepa.*

COMENTARIO SOBRE EL RIG VEDA

—Vaya —gruñó Humpty Dumpty—, sí *alguna vez me cayera... lo cual es imposible... pero si alguna vez me pasara... —Frunció los labios con aire tan solemne y pomposo que Alicia apenas pudo contener la risa—*. Si *alguna vez me cayera —continuó—, el rey me ha prometido...*

—Enviar a todos sus caballos y todos sus hombres —interrumpió Alicia con cierta imprudencia ...

—Sí, todos sus caballos y todos sus hombres —continuó Humpty Dumpty—. ¡Vaya, ellos me recogerían en un minuto!

A TRAVÉS DEL ESPEJO

Schopenhauer ... señala que cuando uno llega a una edad avanzada y evoca su vida, ésta parece haber tenido un orden y un plan, como si la hubiera compuesto un novelista. Acontecimientos que en su momento parecían accidentales e irrelevantes se manifiestan como factores indispensables en la composición de una trama coherente. ¿Quién compuso esa trama? Schopenhauer sugiere que, así como nuestros sueños incluyen un aspecto de nosotros mismos que nuestra conciencia desconoce, nuestra vida entera está compuesta por la voluntad que hay dentro de nosotros. Y así como personas a quienes aparentemente sólo conocimos por casualidad se convirtieron en agentes decisivos en la estructuración de nuestra vida, también nosotros hemos servido inadvertidamente como agentes, dando sentido a vidas ajenas. La totalidad de estos elementos se une como una gran sinfonía, y todo estructura inconscientemente todo lo demás ... el grandioso sueño de un solo soñador donde todos los personajes del sueño también sueñan ... Todo guarda una relación mutua con todo lo demás, así que no podemos culpar a nadie por nada. Es como si hubiera una intención única detrás de todo ello, la cual siempre cobra un cierto sentido, aunque ninguno de nosotros sabe cuál es, o si ha vivido la vida que se proponía.

JOSEPH CAMPBELL

No como el Caos, aglomerado y magullado,
mas como el mundo, armónicamente confundido:
en el cual vemos orden en la diversidad,
y en el cual todo congenia aunque todo difiera.

ALEXANDER POPE

INTRODUCCIÓN

Una antigua leyenda china nos brinda una metáfora de los enigmas del orden y el caos.

Según esta leyenda, hubo una época en que el mundo de los espejos y el mundo de los humanos no estaban separados como lo estarían después. En esos tiempos los seres especulares y los seres humanos tenían grandes diferencias de color y de forma, pero convivían en armonía y además era posible ir y venir a través de los espejos. Sin embargo, una noche las gentes especulares invadieron la tierra sin advertencia y se produjo el caos. Mejor dicho, los seres humanos pronto advirtieron que las gentes del espejo *eran* el caos. Los invasores eran muy poderosos, y sólo se los pudo derrotar y regresar a los espejos gracias a las artes mágicas del Emperador Amarillo. Para mantenerlos allí, el emperador urdió un hechizo que obligó a esos seres caóticos a copiar mecánicamente los actos y la apariencia de los hombres.

La leyenda aclara que el hechizo del emperador era fuerte pero no eterno, y predice que un día el hechizo se debilitará y las formas turbulentas de los espejos empezarán a agitarse. Al principio la diferencia entre las formas especulares y las formas conocidas pasará inadvertida, pero poco a poco se separarán pequeños gestos, se transfigurarán colores y formas y de pronto ese mundo encarcelado del caos se volcará violentamente en el nuestro.

Tal vez ya esté aquí.

Un DC-9 despega del aeropuerto de Denver en medio de una nevisca y se topa con problemas a pocos metros de altura; hace una cabriola y se estrella, matando a veintiocho personas. Los investigadores elaboran dos posibles explicaciones del accidente, y ambas implican nuevos descubrimientos acerca del efecto de la turbulencia, es decir, las corrientes aéreas caóticas. Según una explicación, un rebelde vórtice de aire, atrapado en la estela de un jet que aterrizaba en una pista cercana, no atinó a disiparse; se demoró varios minutos mientras otras corrientes de aire la impulsaban hacia la trayectoria del DC-9 y taponó los compresores del avión con resultados fatales. Según la otra explicación —que los investigadores al fin adoptan como correcta— los culpables son los pocos granos de hielo que algunos pasajeros dijeron haber visto en las alas del avión cuando el hielo terminó de derretirse. Estas pequeñas semillas generaron una turbulencia tan poderosa que abatió el gigantesco avión.

Lejos, en el mar, otra turbulencia entra en escena. Por lo común los remolinos giran y se disipan en el caos del oleaje oceánico. Pero los investigadores han aprendido que a veces ocurre algo que parece atentar contra el sentido común y las leyes de la ciencia. Al chocar las olas, el caos acuático se orquesta a sí mismo, sincroniza sus desórdenes, se metamorfosea en una única y tersa ola capaz de viajar miles de kilómetros, debajo de naves y a través de tormentas, sin perder forma por un instante.

Los científicos suponen que otra forma de caos sincronizado puede haber actuado en el aciago "lunes negro" de octubre de 1987, cuando las cotizaciones bursátiles bajaron abruptamente en todo el mundo. La hipótesis es que las transacciones mediante programas de computación, el *loop* informático denominado "seguro de cartera", y las redes de comunicación instantánea que enlazaban los mercados financieros de todo el mundo crearon una situación en que malas noticias de escasa importancia relativa se magnificaron de inmediato. Por un largo día la conducta aleatoria e independiente de los inversores se entrelazó para crear una calamidad financiera.

Como en nuestra versión de la leyenda del Emperador Amarillo, estos ejemplos parecen ilustrar que el orden y el caos están dinámica y misteriosamente interrelacionados. Durante los últimos años, el esfuerzo para desentrañar esta interrelación ha zambullido a los científicos en una nueva perspectiva de la realidad. Esta perspectiva implica sorprendentes visiones de la naturaleza como totalidad y ha impuesto una revisión de los supuestos más elementales de la ciencia.

El mundo definido por la ciencia ha sido tradicionalmente un mundo de pureza casi platónica. Las ecuaciones y teorías que describen la rotación de los planetas, la elevación del agua en un tubo, la trayectoria de una pelota o la estructura del código genético contienen una regularidad y un orden, una certidumbre mecánica que hemos terminado por asociar con las leyes naturales. Los científicos, por cierto, han admitido hace tiempo que el mundo rara vez es tan euclidiano como aparenta ser en el espejo de esas leyes que atribuimos a la naturaleza. La turbulencia, la irregularidad y la imprevisibilidad se encuentran por doquier, pero siempre pareció justo entender que esto era "ruido", una confusión resultante de la manera en que se apiñan las cosas de la realidad. Dicho de otro modo, se pensaba que el caos era el resultado de una complejidad que teóricamente se podía desnudar hasta sus ordenados cimientos.

Ahora los científicos están descubriendo que este supuesto era erróneo.

Un trepatroncos picotea aquí y allá buscando insectos que están desperdigados al azar en la corteza de un árbol; afloran montañas donde la erosión talla formas escabrosas castigadas por las fuerzas de una imprevisible intemperie; la superficie irregular del corazón, los intestinos, los pulmones y el cerebro se unen a la vasta esterilla de estructuras orgánicas que cubren el planeta de maneras que no se pueden describir en términos euclidianos.

"La mayoría de los sistemas biológicos, y muchos sistemas físicos, son discontinuos, no homogéneos, irregulares", declaran en un artículo del *American Scientist* Bruce West, físico de la Universidad de California, y Ary Goldberger, profesor de la Escuela Médica de Harvard. Ellos forman parte del creciente número de científicos que están formulando una visión nueva y audaz: "La variable y compleja estructura y conducta de los sistemas vivientes parece tan propensa a estar al borde del caos como a converger en un diseño regular".

Caos, irregularidad, imprevisibilidad. ¿Es posible que dichos elementos no serán mero ruido sino que tengan leyes propias? Algunos científicos están aprendiendo que es así. Más aun, estos científicos están demostrando que las extrañas leyes del caos explican muchas, cuando no la mayoría, de las cosas que consideramos notables en nuestro mundo: las palpitaciones del corazón humano y los pensamientos humanos, las nubes, las tormentas, la estructura de las galaxias, la creación de un poema, el incremento y la reducción de la población de orugas de la mariposa llamada lagarta, la propagación de un incendio forestal, las sinuosidades de una línea costera, y aun los orígenes de la evolución y de la vida.

Una nueva raza de científicos ha comenzado a construir un nuevo espejo para enfrentarlo a la naturaleza: un espejo turbulento.

En las páginas siguientes veremos que en el paisaje de un lado de ese espejo estos nuevos investigadores estudian los modos en que el orden se desintegra en caos, averiguan cómo el caos constituye el orden y, en la elusiva superficie de ese espejo, y en el nexo entre ambos mundos, enfatizan las propiedades cualitativas de los sistemas dinámicos antes que sus rasgos cuantitativos. En ambos lados, y en el centro, estos nuevos científicos cruzan las fronteras de las disciplinas científicas: los matemáticos estudian los sistemas biológicos, los físicos se interesan en problemas de neurofisiología; los neurofisiólogos se ponen al día en matemática. A menudo la herramienta común de todos ellos es el ordenador. Con este instrumento, los investigadores del caos realizan iteraciones de sus ecuaciones tal como los químicos combinan los reactivos; colores y formas que representan números fluctúan, se congelan y se fisuran en las pantallas de las terminales. Dichas formas, abstractas pero vividas, contribuyen a afinar imprevistas intuiciones acerca de los cambios en la complejidad. Aunque tendemos a creer que los ordenadores son secos y precisos, el modelo computadorizado, con sus borrascosas imágenes de realimentación y caos, se ha convertido irónicamente en símbolo del salto que está dando esta ciencia nueva y turbulenta. El tradicional interés de los científicos en la predicción, el control y el análisis de partes queda subordinado a un nuevo interés en el modo en que se mueve la imprevisible totalidad de las cosas.

Las ciencias del caos y el cambio están forjando una revolución en nuestra perspectiva precisamente al dar sustancia al término totalidad, que habitualmente es vago. En su fascinante libro acerca de los descubrimientos y la personalidad de muchos de los científicos que inventaron la "teoría del caos" en las décadas de *1970 y* 1980, el periodista científico James Gleick observa: "[Eran cada vez más quienes] comprendían que era fútil estudiar partes sin relación con el todo. Para ellos, el caos marcaba el final del programa reduccionista de las ciencias". En el centro de esta revolución hay una nueva comprensión de los conceptos de totalidad, caos y cambio. El físico del caos Joseph Ford habla de "un viraje en la filosofía de la ciencia y en el modo en que el hombre mira el mundo".

Así, en pocos años, el viejo hechizo que separaba el mundo del caos del mundo del orden parece haberse debilitado o disuelto, y la ciencia se ha encontrado en medio de una invasión. ¿Pero es de veras una invasión? Quizá sea algo más benéfico y creativo, un moderno resurgimiento de la antigua noción de armonía entre orden y caos.

DEL ORDEN
AL
C a o s

Prólogo

El emperador del Mar del Sur se llamaba Shu (Breve), el emperador del Mar del Norte se llamaba Hu (Repentino) y *el emperador de la región central se llamaba Hun-tun (Caos). De cuando en cuando Shu* y *Hu se reunían en el territorio de Hun-tun,* y *Hun-tun los trataba con gran generosidad. Shu* y *Hu se preguntaron cómo podrían retribuir esta gentileza. "Todos los hombres —dijeron— tienen siete orificios por los cuales pueden ver, oír, comer* y *respirar. Pero Hunt-tun es el único que no tiene ninguna. ¡Tratemos de abrirle algunas!" Cada día le abrieron un nuevo orificio,* y *el séptimo día Hun-tun murió.*

CHUANG TZU

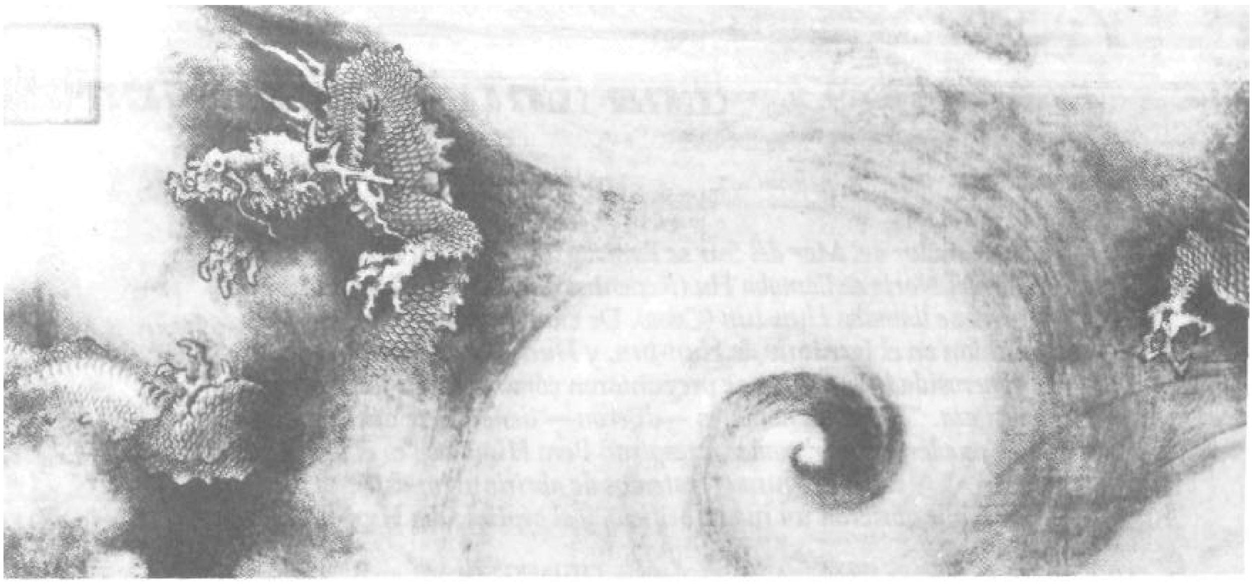
LO PRIMERO DE TODO

Los pueblos antiguos creían que las fuerzas del caos y el orden formaban parte de una tensión inestable, una armonía precaria. Pensaban que el caos era algo inmenso y creativo.

Hesíodo declara en su *Teogonia:* "Primero fue el caos, y luego la Tierra de ancho seno". Las cosmologías de todas las culturas imaginaban un estado primordial donde prevalecían el caos o la nada, de los cuales surgían los seres y las cosas. Los antiguos egipcios concebían el universo primitivo como un abismo sin forma llamado Nut. Nut engendró a Ra, el sol. En una historia cosmogónica china un rayo de luz pura, yin, surge del caos y construye el cielo mientras la pesada opacidad restante, yang, configura la Tierra. Yin y yang, el principio masculino y el femenino, luego actúan para crear las 10.000 cosas (en otras palabras, todo). Significativamente, se dice que los principios de yin y yang, aun después de haber emergido, conservan las cualidades del caos del cual surgieron. Un exceso de yin o de yang nos devolvería el caos.

En la cosmogonía babilónica el caos se llamaba Tiâmat. Ella y otros dioses primitivos encarnaban los diversos rostros del caos. Por ejemplo, un dios simbolizaba la vastedad de la extensión amorfa primordial, y un dios llamado "el oculto" representaba la intangibilidad y la imperceptibilidad que acechan en la confusión caótica. Pasarían miles de años antes que la ciencia moderna redescubriera la intuición babilónica de que el amorfo caos podía tener diversos rostros (en otras palabras, una suerte de orden implícito).

Figura P. 1. En la mitología china el dragón representa el yang, el principio del orden; aquí vemos dragones surgiendo del caos. ¿Pero están surgiendo? Tal vez tratan de dominar el desorden, o son dominados por él. La pintura ilustra la antigua intuición de que el orden y el caos son paradójicos: están reñidos entre sí, pero cada cual forma parte del otro.



La turbulenta y flamante perspectiva científica que ve una reciprocidad entre el orden y el caos es también una idea muy vieja. Los creadores de los mitos babilónicos contaban que Tiâmat se enfureció cuando una hueste de formas nuevas salió tambaleando del caos y comenzó a dar forma al universo. Comprendió que su reino, maravillosamente desaliñado, se estaba encogiendo. Para recobrar su tumultuoso territorio, tramó eliminar el orden que había generado. Los amorfos monstruos de Tiâmat sembraron el terror hasta que Marduk, descendiente de la diosa, la derrotó y creó un nuevo orden.

La idea mítica de que la creatividad cósmica depende de cierta reciprocidad entre el orden y el desorden sobrevive aun en las cosmologías monoteístas como el cristianismo.

El salmo 74: 13-14 cuenta que Dios (quien es el orden) está obligado a "romper la cabeza de los dragones de las aguas" y "aplastar a las cabezas de Leviatán". Un comentarista señala que se trata del vestigio de "un concepto de la creación que enfatiza la lucha de la deidad contra los poderes del caos". El universo bíblico comienza "sin forma, y vacío" hasta que Dios crea u ordena. Sin embargo, la lucha contra el desorden no es un acontecimiento cerrado. El diluvio, Satanás, los verdugos de Cristo son manifestaciones de un caos que continúa irguiendo la cabeza como una hidra. En la crucifixión de Cristo, "la tierra tembló y las rocas se partieron; y se abrieron las tumbas", pues el desorden amenazaba con dominar nuevamente la creación. Pero quizá estos gruñidos del caos estaban destinados a indicar que se aproximaba un nuevo orden. O quizá la continua lucha de Dios contra el caos sea en realidad una lucha interna, pues, según ciertas perspectivas, el creador cristiano es tanto el caos como el orden. Dios es el torbellino, la destrucción airada, el causante de pestes e inundaciones. Al parecer, la condición de creador exige actuar en un límite borroso entre el orden y el caos. La forma que emerge de esa tierra fronteriza es Dionisos, el dios del frenesí azaroso que subyace a las rutinas de una cultura; es el dios creador indio Shiva, quien vive en sitios horrendos como los campos de batalla y las encrucijadas; es también los monstruos del pecado y la muerte.

En la antigüedad los mundos-espejo del caos y el orden humano vivían en una precaria alianza, pero la ciencia cambió todo eso. Con la llegada de la ciencia —más específicamente, de la ciencia reduccionista— se obró un hechizo tan poderoso como el del Emperador Amarillo, y durante siglos se suprimió el mundo-espejo del caos.

OLVIDANDO EL CAOS, O LA REUNIÓN EN CASA DE HUN-TUN

El psicólogo, antropólogo y crítico Rene Girard ha observado que los humanos tenemos una gran necesidad de interpretar el desorden de los mitos desde el punto de vista del orden. "Aun la palabra 'des-orden' sugiere la precedencia y preeminencia del orden", declara. "Constantemente mejoramos la mitología, en el sentido de que cada vez la despojamos más del desorden."

Uno de los modos en que la temprana filosofía griega "mejoró" la idea mítica del desorden fue inyectándole una actitud científica. Tales, Anaximandro y Anaxágoras entendían que una sustancia o energía específica —agua o aire— había estado en flujo caótico y que a partir de esa sustancia se habían plasmado las diversas formas del universo. Eventualmente, pensaban esos protocientíficos, el orden se disolvería y regresaría al flujo cósmico y luego aparecería un nuevo universo. Una actitud clínica había dado un aire abstracto a la vieja idea mítica.

Aristóteles llevó el enfoque científico un paso más allá, y se distanció aun más del caos. Conjeturó que el orden lo impregna todo y existe en jerarquías cada vez más sutiles y complejas. Los pensadores medievales y renacentistas luego transformaron este concepto en el de la Gran Cadena del Ser, un esquema que abarcaba todas las formas de vida, desde los gusanos hasta los ángeles, en una escala ascendente.

La Edad Media fue una época voluble en que el científico espíritu griego de Aristóteles, Euclides, Demócrito, Pitágoras e Hipócrates luchó con las viejas mitologías. Los hermetistas medievales, o alquimistas, ejemplifican este conflicto. Mezclaron el gnosticismo, el cristianismo y las teologías de Egipto, Babilonia y Persia. Creían en una creación a partir de un caos preexistente que incluía lo grotesco y lo irracional. Pensaban que la mutabilidad, la oscuridad y el cieno generaban la vida, que los descensos al caos y los encuentros con monstruos acarreaban vitalidad, que la creación era un proceso en constante renovación. Sentenciaban, tal como los astrólogos, "así como arriba, abajo". Pero los alquimistas también eran científicos que trabajaban con instrumentos y métodos científicos y realizaron importantes descubrimientos químicos.

En tiempos de Galileo, Kepler, Descartes y Newton, el espíritu científico y la supresión del caos habían ganado la partida. Las leyes newtonianas de mecánica celeste y las coordenadas cartesianas (que permitían a los científicos encarar el universo como un vasto diagrama) crearon la impresión de que todo se podía describir en términos matemáticos o mecánicos.

En la época de Napoleón, el físico francés Pierre Laplace pudo imaginar razonablemente que un día los científicos deducirían una ecuación matemática tan poderosa que lo explicaría todo. El Emperador Amarillo, con la vara mágica de la ciencia reduccionista, había obrado su hechizo. El desorden estaba encarcelado y obligado a imitar los gestos de un orden universal. ¿Cómo ocurrió esto?

Esencialmente, el reduccionismo ve la naturaleza como la vería un relojero. Un reloj se puede desarmar y descomponer en dientes, palancas, resortes y engranajes. También se puede armar a partir de estas partes. El reduccionismo imagina que la naturaleza se puede armar y desarmar de la misma manera. Los reduccionistas creen que los sistemas más complejos están compuestos por los equivalentes atómicos y subatómicos de los dientes, palancas y resortes, los cuales la naturaleza ha combinado en un sinfín de maneras ingeniosas.

El reduccionismo implicaba la simplista visión del caos manifiesta en el sueño de Laplace acerca de una fórmula universal. El caos era meramente una complejidad tan grande que en la práctica los científicos no podían desentrañarla, pero estaban seguros de que en principio un día serían capaces de hacerlo. Cuando llegara ese día no habría caos, por así decirlo, sólo las leyes de Newton. Era una idea cautivante.

Pero el siglo diecinueve sometió el hechizo a una dura prueba. Por ejemplo, ya en el siglo dieciocho, los científicos habían empezado a preguntarse por qué no podían inventar una máquina de movimiento perpetuo. Descubrieron con exasperación que cada vez que ponían una máquina en funcionamiento, parte de la energía que le inyectaban cobraba una forma que no se podía recuperar y utilizar de nuevo. La energía se había vuelto desorganizada, caótica. Esta progresiva desorganización de la energía útil condujo a la importante idea de la entropía y a la fundación de la ciencia del calor, la termodinámica.

Durante un tiempo la entropía desafió el concepto de orden universal newtoniano. ¿Acaso el hecho de que una máquina necesitara constantemente nueva energía y de que todas las formas estén condenadas a ser aplastadas bajo el talón de una entropía y un deterioro acumulativos significaba que el caos es un principio tan poderoso como el del orden?

En la década de 1870 el físico vienes Ludwig Boltzmann intentó neutralizar el desafío del caos entrópico demostrando que la mecánica newtoniana aun era universalmente verdadera en el nivel reduccionista de los átomos y las moléculas. El movimiento de estas partes del reloj cósmico siempre obedecía las leyes de Newton, argumentaba Boltzmann, pero, en un sistema complejo donde billones de átomos y moléculas giran de aquí para allá chocando entre sí, resulta cada vez menos probable que mantengan una relación ordenada. En el gran esquema de las cosas, la disposición ordenada de grandes grupos de átomos y moléculas es altamente improbable. No es sorprendente, pues, que cuando sí se producen tales relaciones ordenadas, se desmoronen con relativa prontitud. Boltzmann postulaba que eventualmente aun la estructura atómica del sistema solar se desintegrará en mero azar. Los reduccionistas imaginaron pues que el final del universo sería un estado de homogeneidad general, un cosmos tibio y molecular: sin sentido, sin sexo, sin forma.

Sin embargo, para los científicos decimonónicos la precisa definición que Boltzmann hacía del caos era muy diferente de la nada amorfa, el caos activo imaginado por los mitos antiguos. El caos mítico había sido "lo primero de todo", y de él habían surgido las formas y la vida. El caos pasivo de la entropía era lo inverso. Era lo que sucedía cuando las formas y sistemas agotaban la energía que los había aglutinado. Las partes del reloj se desintegraban y separaban, alejándose unas de otras de acuerdo con las leyes clásicas.

Al introducir la probabilidad en la física, Boltzmann impidió que el caos corrompiera el reduccionismo, pues demostró que el caos pasivo de la entropía térmica no era más que una expresión del orden newtoniano. El hechizo reduccionista persistió.

Al tiempo que Boltzmann exponía la mecánica de la entropía, Charles Darwin y Alfred Russel Wallace anunciaban una teoría que explicaba la aparición de las nuevas formas de vida. Como Boltzmann, Darwin y Wallace entendían que el azar —la probabilidad— era un factor clave en los procesos mecanicistas que gobernaban las formas complejas. Pero aquí, en vez de alterar el orden complejo y destruirlo, el azar causaba variaciones en los individuos de las especies existentes. Algunas de estas variaciones sobrevivían y conducían a especies nuevas.

A fines del siglo diecinueve prevalecía la creencia en el reduccionismo y el mecanicismo, pero se pagó un alto precio por ello. Ahora la humanidad se consideraba el producto de una improbable colisión de partículas que obedecían a indiferentes leyes universales. Destronados en cuanto vástagos de los dioses, los humanos se entronizaron en cuanto poseedores de conocimientos acerca de esas leyes. Se pensaba que conociendo las leyes aprenderíamos con creciente destreza a predecir y controlar la entropía que afectaba a los sistemas complejos. En términos prácticos, el caos entrópico y pasivo se podía reducir o eludir mediante una comprensión cada vez más precisa del orden mecanicista universal subyacente.

Los antiguos babilonios creían que el caos tenía muchos rostros. La ciencia reduccionista del siglo diecinueve había tapado el rostro caótico de la entropía. También tapó otro rostro del caos mediante un truco de la matemática reduccionista.

Los ingenieros del siglo diecinueve, al construir sus puentes, buques de vapor y otras maravillas tecnológicas, a menudo se topaban con el desorden al enfrentar cambios abruptos que no guardaban semejanza con el lento crecimiento de la entropía tal como lo describían Boltzmann y la ciencia de la termodinámica. Las placas se curvaban y los materiales se fracturaban. Estos fenómenos constituían un desafío para las potentes matemáticas que habían forjado la revolución newtoniana.

Para la ciencia, un fenómeno es ordenado si sus movimientos se pueden explicar en un esquema de causa y efecto representado por una ecuación diferencial. Newton introdujo la idea de lo diferencial con sus célebres leyes del movimiento, que relacionaban las razones de cambio con diversas fuerzas. Pronto los científicos decidieron valerse de ecuaciones diferenciales lineales. Tales ecuaciones permiten describir fenómenos tan diversos como el vuelo de una bala de cañón, el crecimiento de una planta, la combustión del carbón y el desempeño de una máquina, en los cuales pequeños cambios producen pequeños efectos y los grandes efectos se obtienen mediante la suma de muchos cambios pequeños.

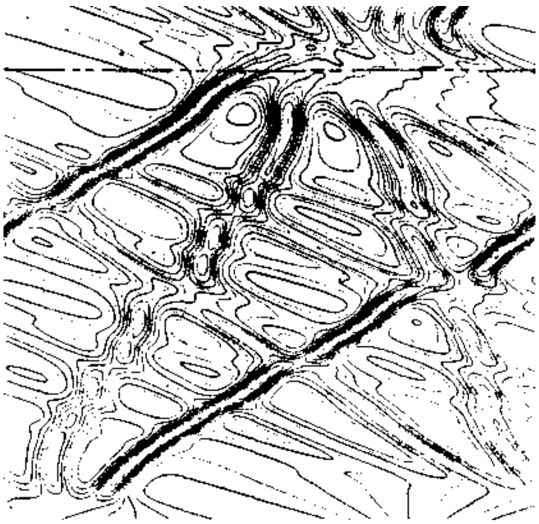
También existe una clase de ecuaciones muy diferentes, y los científicos del siglo diecinueve las conocían vagamente. Se trata de las ecuaciones no lineales. Las ecuaciones no lineales se aplican específicamente a cosas discontinuas tales como las explosiones, las fisuras repentinas en los materiales y los altos vientos. El problema era que el manejo de ecuaciones no lineales exigía técnicas matemáticas y formas de intuición con que nadie contaba entonces. Los científicos Victorianos sólo podían resolver las ecuaciones no lineales más simples en casos especiales, y la conducta general de la no linealidad permaneció envuelta en el misterio. Afortunadamente, los ingenieros del siglo diecinueve no necesitaban penetrar ese misterio para realizar sus hazañas mecánicas, porque para la mayoría de las situaciones críticas que debían enfrentar podían utilizar "aproximaciones lineales". Las aproximaciones lineales constituyen una versión de las ecuaciones diferenciales. Dependen de intuiciones familiares y los probados y confiables enlaces reduccionistas entre causa y efecto. Estas ecuaciones eran pues un truco que enmascaraba las formas abruptas del caos. Una vez más los científicos habían preservado el viejo hechizo reduccionista.

El hechizo persistió hasta la década de 1970, cuando los avances matemáticos y la aparición del ordenador de alta velocidad capacitó a los científicos para sondear el complejo interior de las ecuaciones no lineales. En consecuencia, al cabo de pocos años, esta curiosa matemática se convirtió en uno de los dos vientos que impulsaban la ciencia de la turbulencia.

LOS DEMONIOS NO LINEALES

Las ecuaciones no lineales son como una versión matemática de la frontera entre dos mundos. Quienes se aventuran por un paisaje matemático aparentemente normal de pronto se pueden hallar en una realidad alternativa. En una ecuación no lineal, un pequeño cambio en una variable puede surtir un efecto desproporcionado y aun catastrófico en otras variables. Las correlaciones entre los elementos de un sistema en evolución permanecen relativamente constantes para una amplia gama de valores, pero en un punto crítico se dividen y la ecuación que describe el sistema se lanza hacia una nueva conducta. Valores que estaban muy juntos se separan de pronto. En las ecuaciones lineales, la solución de una ecuación permite generalizaciones que conducen a otras soluciones; no

Figura P. 2. Este gráfico de computación, que representa una solución no lineal, contiene un retrato de la conducta compleja a lo largo del tiempo. ¿Una imagen moderna de las primordiales aguas del caos?



ocurre así con las ecuaciones no lineales. Aunque comparten ciertas cualidades universales, las soluciones no lineales tienden a ser tercamente individualistas. Al contrario de las gráciles curvas trazadas por los estudiantes que representan ecuaciones lineales en las clases de matemática, el diseño de las ecuaciones no lineales muestra rupturas, rizos, recurrencias, turbulencias de toda clase.

Las ecuaciones no lineales sirven para ilustrar el modo en que estalla un terremoto cuando dos de las vastas placas que cubren la corteza terrestre se empujan recíprocamente, creando una presión irregular a lo largo de la falla. La ecuación muestra que durante décadas esta presión irregular asciende a medida que la topografía de la subsuperficie se apiña más, hasta que en el siguiente milímetro se alcanza un valor "crítico". Ante este valor la presión estalla cuando se desliza una placa, montando sobre la otra y causando violentas vibraciones en el suelo de la zona. Tras la conmoción inicial, sigue una oleada de inestabilidades.

Aunque las ecuaciones no lineales ilustran elegantemente este caos y brindan a los científicos una profunda visión del modo en que se producen estos complejos acontecimientos, no permiten a los investigadores predecir con exactitud dónde y cuándo se producirá el próximo terremoto. Como luego veremos, ello ocurre porque en el mundo no lineal —que incluye la mayor parte de nuestro mundo real— la predicción exacta es práctica y teóricamente imposible. La no linealidad ha despedazado el sueño reduccionista.

Las ecuaciones de la teoría general de la relatividad einsteiniana son esencialmente no lineales, y una de las cosas asombrosas que predice la no linealidad de la teoría es el agujero negro, un desgarrón en la trama del espacio-tiempo donde se desintegran las ordenadas leyes de la física.

Incluyendo diversos valores en teorías no lineales, los científicos de la teoría de sistemas pueden visualizar los efectos que diversas políticas y estrategias tendrían sobre la evolución de las ciudades, el crecimiento de una empresa o el funcionamiento de una economía. Usando modelos no lineales, es posible localizar potenciales puntos de presión crítica en dichos sistemas. En tales puntos de presión, un cambio pequeño puede producir un impacto desproporcionadamente grande.

Una diferencia entre las ecuaciones lineales y las no lineales es la realimentación, es decir, las ecuaciones no lineales tienen términos que se multiplican repetidamente por sí mismos. El segundo viento que impulsa *a* la ciencia de las turbulencias es un creciente énfasis en la realimentación.

RIZANDO EL RIZO

A fines del siglo dieciocho James Watt puso un regulador en su máquina de vapor, y así creó un rizo de realimentación. El más conocido sistema regulador de realimentación es el que controla la estufa hogareña. La habitación se enfría y la temperatura desciende por debajo de la que está fijada en el termostato. El termostato reacciona encendiendo la estufa, que luego calienta la habitación. Cuando la temperatura ambiente supera una segunda temperatura fijada en el termostato, éste indica a la estufa que se apague. La acción del termostato afecta la estufa, pero la actividad de la estufa afecta asimismo el termostato. La estufa y el termostato están ligados en lo que técnicamente se denomina un rizo de realimentación negativa.

Los rizos de realimentación negativa surgen en la tecnología en el 250 antes de Cristo, cuando el griego Ktesibios usó uno para regular la altura del agua en un reloj de agua. En los siglos dieciocho y diecinueve, los reguladores tuvieron amplia difusión. En los modelos matemáticos desarrollados en la década de 1930 para describir la relación entre el depredador y la presa, estaban implícitos los rizos de realimentación negativa y otras clases de rizos. Se ha descubierto que los pesos y contrapesos de la Constitución norteamericana funcionan como rizos de realimentación negativa, y Adam Smith los incluía en sus descripciones de la "riqueza de las naciones". Pero, como dice el científico de sistemas George Richardson, del MIT: "No hay pruebas de que los economistas, políticos, filósofos e ingenieros de la época describieran rizos de ninguna clase en su

Figura P. 3

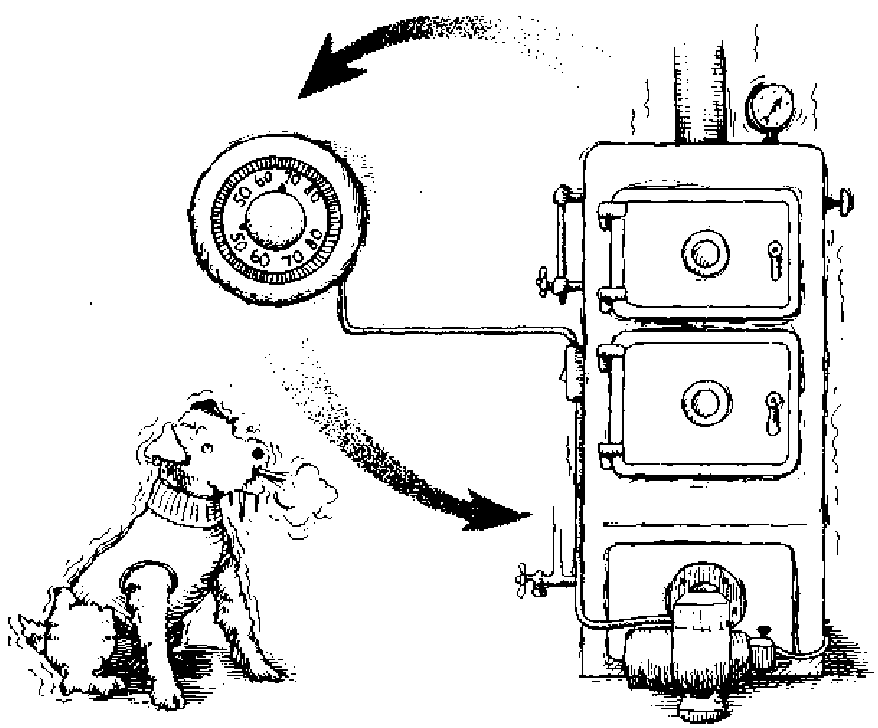
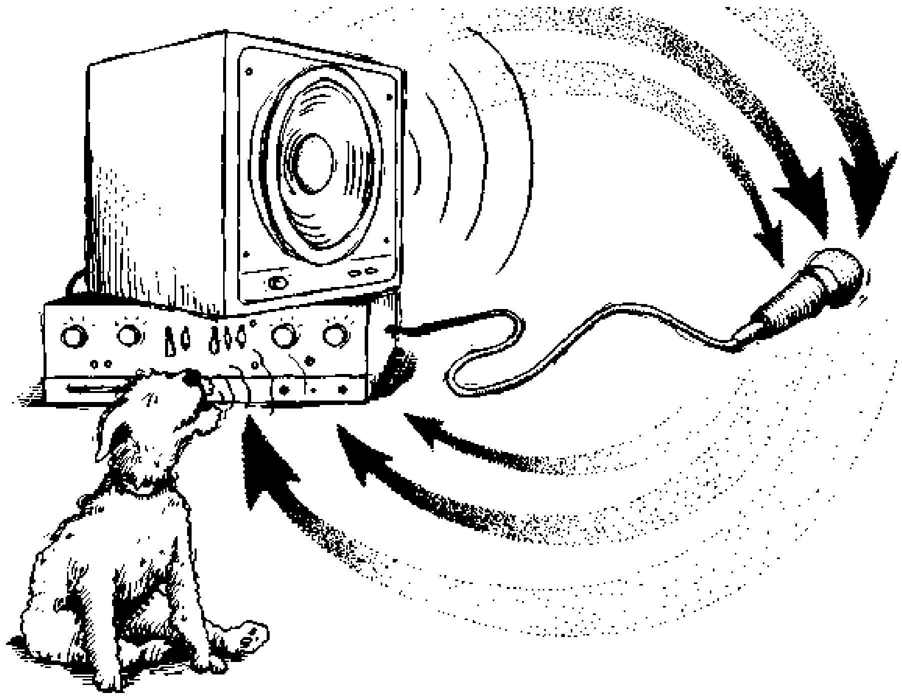


Figura P. 4



pensamiento".

Los rizos de realimentación negativa sólo se reconocieron como tales en la década de 1940. La cibernética, la teoría de la información del lenguaje de máquina, los volvieron populares. En la década de 1950 los científicos advirtieron que la realimentación negativa no era la única. También existía la realimentación positiva.

Los ensordecedores chirridos de un sistema de altavoces constituyen un ejemplo de realimentación positiva, que entra en acción cuando el micrófono está demasiado cerca del parlante. El sonido que sale del amplificador es recogido por el micrófono y enviado de vuelta al amplificador, donde es emitido por los parlantes. El caótico sonido es producto de un proceso de amplificación donde el producto de una etapa se transforma en alimento de otra.

Hablar de realimentación "negativa" y "positiva" no implica un juicio de valor. Los nombres sólo indican que un tipo de realimentación regula y el otro amplifica. Ahora se reconoce que las dos clases básicas de realimentación están en todas partes: en todos los niveles de los sistemas vivientes, en la evolución de la ecología, en la psicología inmediata de nuestra interacción social y en los términos matemáticos de las ecuaciones no lineales. La realimentación, como la no linealidad, encarna una tensión esencial entre el orden y el caos.

A través de la reciente exploración de la realimentación y la no linealidad, se ha redescubierto un antiguo mundo-espejo.

EL PROBLEMA DE POINCARÉ: COMO CAYO NEWTON SIN QUE NADIE LO NOTARA

Los científicos contemporáneos no fueron los primeros en redescubrir este mundo-espejo. A fines del siglo diecinueve, un brillante matemático, físico y filósofo francés ya se había dado de bruces contra él y había gritado una advertencia. Este enfático grito decía que el reduccionismo tal vez fuera una ilusión, pero transcurrió casi un siglo sin que nadie lo oyera.

Henri Poincaré hizo su perturbador descubrimiento en un campo llamado "mecánica de los sistemas cerrados", el epítome de la física newtoniana.

Un sistema cerrado está compuesto por unos pocos cuerpos interactuantes aislados de la contaminación externa. De acuerdo cor la física clásica, tales sistemas son muy ordenados y previsibles. Un simple péndulo en un vacío, libre de la fricción y la resistencia del aire, conserva su energía. El péndulo oscila por toda la eternidad. No está sometido a la disipación causada por la entropía, que se introduce a dentelladas en los sistemas obligándolos a ceder su energía al ámbito circundante.

Los científicos clásicos estaban convencidos de que el azar y el caos que perturban ciertos sistemas —tales como un péndulo en el vacío o los planetas que giran en nuestro sistema solar— sólo podían provenir de contingencias aleatorias exteriores. Al margen de éstas, el péndulo y los planetas deben continuar para siempre su invariable trayectoria.

Poincaré destruyó esta cómoda imagen de la naturaleza cuando tuvo la impertinencia de dudar de la estabilidad del sistema solar. A primera vista, el problema que planteaba Poincaré parece absurdo, la típica inquietud de un científico encerrado en su torre de marfil. A fin de cuentas, los planetas existen desde hace mucho tiempo, y por lo menos desde la era babilónica ha sido posible predecir un eclipse con precisión y con años de antelación. ¿Acaso la revolución newtoniana no giraba en tomo de esto, el descubrimiento de las leyes eternas que rigen el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra y de la Tierra alrededor del Sol? Más aun, las leyes de Newton eran supremas para la física del siglo diecinueve. Conociendo la ley de la fuerza y la masa de los cuerpos involucrados en una interacción, el científico sólo tenía que resolver las ecuaciones de Newton para predecir los efectos. La ley de la fuerza (la ley del cuadrado inverso de la gravitación) estaba bien comprendida y medida con precisión.

Todo ello era cierto, pero Poincaré conocía un secreto palaciego: había una pequeña dificultad en las ecuaciones mismas.

En un sistema que sólo contenga dos cuerpos, tales como el Sol y la Tierra o la Tierra y *la Luna, las* ecuaciones de Newton se pueden resolver con exactitud: la órbita de la Luna alrededor de la Tierra se puede determinar con precisión. En cualquier sistema idealizado de dos cuerpos las órbitas son estables. Así, si olvidamos los efectos de arrastre de las mareas en el movimiento lunar, podemos dar por sentado que la Luna continuará girando alrededor de la Tierra hasta el fin de los tiempos. Pero también tenemos que olvidar el efecto del Sol y los demás planetas en este idealizado sistema de dos cuerpos. El problema consiste —y éste era el problema de Poincaré— en que al dar el simple paso de pasar de dos a tres cuerpos (por ejemplo, al tratar de incluir los efectos del Sol en el sistema Tierra-Luna) las ecuaciones de Newton se vuelven insolubles. Por razones matemáticas formales, la ecuación de tres cuerpos no se puede deducir con exactitud; requiere una serie de aproximaciones para "cerrar" el problema.

Por ejemplo, para calcular los efectos gravitatorios del Sol más el planeta Júpiter en el movimiento de un asteroide del cinturón de asteroides (entre Marte y Júpiter), los físicos tuvieron que usar un método que llamaron "teoría de la perturbación". El pequeño efecto adicional que el movimiento de Júpiter tendría sobre un asteroide se debe sumar a la solución idealizada de dos cuerpos en una serie de aproximaciones sucesivas. Cada aproximación es menor que la anterior y, al añadir un número potencialmente infinito de tales correcciones, los físicos teóricos esperaban hallar la respuesta correcta. En la práctica los cálculos se hacían a mano y llevaba mucho tiempo completarlas. Los teóricos esperaban poder mostrar que las aproximaciones llegan a la solución correcta tras el añadido de unos pocos términos correctivos.

Poincaré sabía que el método de las aproximaciones parecía funcionar bien con los primeros términos, ¿pero qué ocurría con el sinfín de términos cada vez más pequeños que venían a continuación? ¿Qué efectos tendrían? ¿Mostrarían que en decenas de millones de años las órbitas se modificarían y el sistema solar comenzaría a desintegrarse por obra de sus fuerzas internas?

Una versión moderna de la pregunta de Poincaré se relaciona con las partículas elementales aceleradas en el anillo de un acelerador de partículas. ¿La órbita de estas partículas permanecerá estable o cambiará imprevisiblemente?

Matemáticamente, el problema de los

cuerpos múltiples enfocado por Poincaré es no lineal. Al sistema ideal de dos cuerpos, él añadió un término que incrementaba la complejidad no lineal (realimentación) de la ecuación y se correspondía con el efecto pequeño producido por el movimiento de un tercer cuerpo. Luego trató de resolver la nueva ecuación.

Como era de esperar, descubrió que el tercer cuerpo altera sólo ligeramente la mayoría de las órbitas posibles de dos cuerpos: una perturbación pequeña produce un efecto pequeño, pero las órbitas permanecen intactas. Hasta ahora los resultados eran alentadores. Pero lo que ocurrió a continuación produjo una conmoción.

Poincaré descubrió que, aun con una perturbación mínima, algunas órbitas se comportaban de manera errática, aun caótica. Sus cálculos demostraban que un mínimo tirón gravitatorio de un tercer cuerpo podía causar que un planeta se tambaleara ebriamente en la órbita e incluso fuera despedido del sistema solar.

Poincaré había arrojado una bomba de anarquista al modelo newtoniano del sistema solar y amenazaba con destruirlo. Si estas curiosas órbitas caóticas eran posibles, todo el sistema solar podía ser inestable. Los pequeños efectos de los planetas que giraban ejerciendo su mutua influencia gravitatoria podían, dado el tiempo suficiente, conspirar para producir las condiciones exactas para una de las excéntricas órbitas de Poincaré. ¿Era posible que con el tiempo el caos desbaratara todo el sistema solar?

Hasta Poincaré, se suponía que el caos era una enfermedad entrópica que venía desde el exterior de un sistema, el resultado de contingencias y fluctuaciones externas. Pero ahora parecía que un sistema aislado en una caja e intacto durante miles de millones de años podía desarrollar en cualquier momento sus inestabilidades y su caos propio.

Poincaré reveló que el caos, o el potencial para el caos, es la esencia de un sistema no lineal, y que aun un sistema completamente determinado como los planetas en órbita podía tener resultados indeterminados. En cierto sentido había visto que la realimentación podía magnificar los efectos más pequeños. Había advertido que un sistema simple podía estallar en una perturbadora complejidad.

La consecuencia inmediata del descubrimiento de Poincaré fue un cuestionamiento del majestuoso paradigma newtoniano, que había servido a la ciencia durante casi dos siglos. Este resultado tendría que haber producido una oleada de actividad en la física, pero no ocurrió demasiado porque la historia seguía otro rumbo.

Pocos años después del trabajo de Poincaré, Max Planck descubrió que la energía no es una sustancia continua sino que viene en paquetes pequeños, que él llamó cuantos. Cinco años después, Albert Einstein publicó su primer trabajo sobre la relatividad. El paradigma newtoniano era atacado desde varios frentes. Las siguientes generaciones de físicos se ocuparon de ahondar las diferencias entre la visión newtoniana clásica de la naturaleza y la visión que ofrecían la relatividad y la teoría cuántica.

La mecánica cuántica gozó de especial difusión en la física. Fue una de las teorías de mayor éxito en la historia de la ciencia, y realizó predicciones atinadas acerca de una multitud de fenómenos atómicos, moleculares, ópticos y de estado sólido. Los científicos se valieron de ella para desarrollar las armas nucleares, los chips de computación y el láser, que han transformado nuestro mundo. Pero también surgieron paradojas perturbadoras. Los físicos, por ejemplo, aprendieron que una unidad elemental de luz se puede comportar esquizofrénicamente como onda o como partícula, según lo que el experimentador escoja medir. La teoría también predice que dos "partículas" cuánticas, separadas por varios metros de distancia y sin ningún mecanismo de comunicación intermedio, permanecerán no obstante misteriosamente correlacionadas. Como muestran experimentos recientes, una medición de esa partícula se correlaciona instantáneamente con el resultado de una medición de su compañera distante.

Como señalamos en *Loofang Glass Universe,** estas y otras paradojas tuvieron el efecto de inducir a diversos científicos, como David Bohm, a teorizar que el universo debía de ser fundamentalmente indivisible, una "totalidad fluida", como dice Bohm, en que el observador no se puede separar esencialmente de lo observado. En años recientes, Bohm y un creciente número de científicos han usado los "koans" de la mecánica cuántica para desafiar la tradicional visión reduccionista. Bohm sostiene, por ejemplo, que las "partes" —tales como las partículas" o las "ondas"— son formas de abstracción a partir de la totalidad fluida. Es decir, las partes

* Versión castellana: *A través del maravilloso espejo del universo,* Barcelona, Gedisa, 1989

parecen autónomas, pero son sólo "relativamente autónomas". Son como el pasaje favorito de una sinfonía de Beethoven para el melómano. Si extraemos el pasaje de la pieza, es posible analizar las notas. Pero en última instancia el pasaje no tiene sentido sin la totalidad de la sinfonía. Las ideas de Bohm infunden forma científica a la antigua creencia de que "el universo es uno".

Nadie habría imaginado que los resultados de Poincaré llevarían en la misma dirección. El tumulto causado por la teoría cuántica y la relatividad relegó su descubrimiento. No es de extrañar, pues Poincaré mismo había abandonado sus ideas, diciendo: "Estas cosas son tan extravagantes que no soporto pensar en ellas".

Sólo en la década de 1960 sus investigaciones fueron exhumadas de viejos libros de texto y se fundieron con los nuevos trabajos sobre no linealidad, realimentación, entropía y el desequilibrio inherente de los sistemas ordenados. Estos se convirtieron en los volátiles elementos de la nueva ciencia del caos y el cambio, y han conducido a nuevas y asombrosas percepciones de los mundos-espejo de la totalidad de la naturaleza.

En el comienzo estaba Apsu el Primordial,

y Tiâmat, quien es el Caos.

MITOS DEL MUNDO

Capítulo 1

Entonces el Emperador Amarillo suspiró y dijo: "¡Cuan profundo es mi error!"

LIEH-TZU

MAPAS DEL CAMBIO

Nuestro viaje por los mundos-espejo del orden y del caos comienza en el lado del espejo donde veremos desde diversos ángulos aquello que los científicos han aprendido recientemente acerca del modo en que el caos surge de los sistemas ordenados. El viaje de estos primeros capítulos será una nueva visita al profundo problema planteado por Henri Poincaré, pero la perspectiva será diferente. Abarcará figuras estrafalarias e ideas propias de Alicia en el País de las Maravillas.

La primera de estas extrañas figuras es el atractor.

Los atractores son criaturas que viven en un curioso lugar abstracto llamado "espacio de fases". Es bastante fácil visitar este espacio, pero el viaje requiere un mapa. El acto de leer los "mapas" del espacio de fases y de aprender a identificar los atractores nos llevará de nuestro familiar mundo del orden al linde del caos que entrevió Poincaré. En ese borde turbulento veremos la no linealidad y la realimentación palpitando con la forma de una bestia salvaje y turbadoramente bella llamada atractor extraño. Pero no nos adelantemos.

Comencemos el viaje pensando en mapas.

Para orientarnos en una nueva ciudad, usamos un mapa de calles; para conducir por una región desconocida, usamos un mapa caminero. Pero hay muchas otras clases de mapas: los estilizados mapas topográficos del tren subterráneo de Londres; mapas meteorológicos que muestran vientos, temperaturas y presiones atmosféricas; mapas que muestran la profundidad de los ríos o la altura de las montañas; mapas donde la superficie de los países es proporcional a la población o el producto bruto nacional; mapas de la densidad de electrones de una molécula, o de la propagación de una nueva enfermedad en África. Los mapas son imágenes imaginativas que nos permiten concentrarnos en aspectos de la realidad que de lo contrario se perderían entre los detalles. Un buen mapa nos permite apreciar algunos rasgos de una realidad que de otro modo pasaríamos por alto, y explorar dicha realidad de un modo que sin el mapa resultaría imposible.

Por ejemplo, los excursionistas y escaladores que desean explorar su realidad y saber dónde están usan un mapa que muestra la latitud, la longitud y la altitud. Análogamente, los científicos que desean explorar la realidad de un sistema físico cambiante —un sistema dinámico— usan un "mapa" destinado a enfocar la dinámica, es decir, los modos en que se mueve y transforma el sistema.

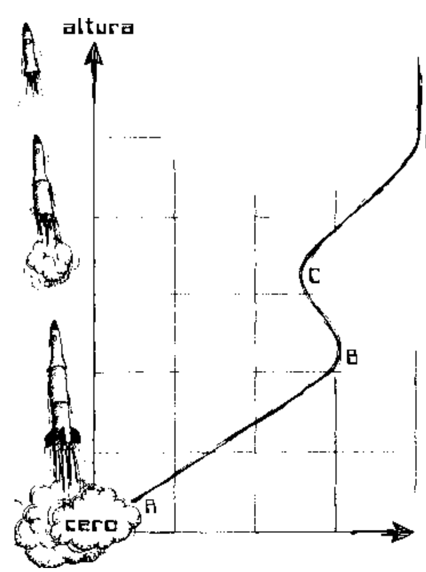
Supongamos que un científico está interesado en el movimiento cambiante (detenciones, desaceleraciones y aceleraciones) de un automóvil que viaja de Nueva York a Washington. Obviamente no basta con especificar dónde se encuentra el automóvil en cada momento; se necesita la velocidad. Un científico podría hacer un gráfico mostrando estos dos aspectos del movimiento cambiante del automóvil. Los científicos llaman espacio de fases del sistema al espacio del "mapa"

imaginario donde acontece el movimiento del automóvil.

El espacio de fases está compuesto por tantas dimensiones (o variables) como el científico necesite para describir el movimiento de un sistema. Con un sistema mecánico, los científicos suelen registrar el espacio de fases del sistema en términos de posición y velocidad. En un sistema ecológico, el espacio de fases podría ser la cantidad de miembros de diversas especies. Al diagramar el movimiento de las variables de un sistema en un espacio de fases advertimos los curiosos caminos laterales de una realidad hasta ahora oculta.

Lancemos un cohete y veamos cómo luce un "mapa" de espacio de fases (Figura 1.1). Cada punto del "mapa" es una instantánea de la altura y velocidad del cohete (más precisamente, de su impulso, que es la masa multiplicada por la velocidad) en determinado instante del tiempo.

Figura 1.1.



Entre A y B el cohete despega de la plataforma de lanzamiento, y su velocidad aumenta deprisa. (En la vida real la aceleración tal vez no sea tan uniforme como la presenta el "mapa".) En B se consume la primera etapa y la aceleración del cohete se reduce un poco por los efectos de la gravedad. Pero en *C* interviene la segunda etapa y se dispara hasta D, cuando el cohete se libera del tirón de la Tierra y cobra una velocidad constante.

Como muestra la ilustración, un viaje por el espacio de fases luce diferente de un viaje por el espacio real, tal como un mapa de los trenes subterráneos de Londres luce diferente del movimiento real de los trenes subterráneos por los túneles. Los mapas simplifican la realidad para enfatizar ciertos aspectos. El *"mapa"* del cohete está muy simplificado.

Para ver cuan simplificado está, tengamos en cuenta que nuestro cohete es un objeto que se desplaza en el espacio tridimensional. Para mayor precisión, un científico podría tratar de capturar ese aspecto del movimiento del cohete en un diagrama de espacio de fases más complejo. Como un cohete se puede mover en una de tres dimensiones y puede alcanzar —sobre todo cuando maniobra en el espacio exterior— una velocidad diferente en cada una de ellas, la imagen del espacio de fases de un cohete podría estar diseñada para tener tres dimensiones espaciales y tres dimensiones correspondientes a cada dirección de velocidad, con lo cual tendríamos un espacio de fases hexadimensional (3 + 3).

El estado del cohete (es decir, su velocidad y posición) en cada momento es dado por un punto de este espacio de fases hexadimensional. La historia del cohete (cómo se ha movido) está dada por una línea del espacio de fases llamada trayectoria. Desde luego, es imposible dibujar tales espacios multidimensionales en nuestro espacio común. Pero los científicos pueden dibujar un corte transversal de dos o tres dimensiones en un espacio multidimensional; los matemáticos son muy felices pensando en tales espacios más elevados y determinando sus propiedades de modos abstractos que recurren a un álgebra compleja.

En muchos casos, los físicos investigan sistemas que contienen varios componentes, cada cual libre de moverse en cualquiera de las tres direcciones con diferente velocidad en cada una de ellas. Como una sola partícula requiere un espacio de fases hexadimensional (tres dimensiones espaciales y tres dimensiones de velocidad), un sistema de *n* partículas requiere un espacio de fases n-dimensional. Por el momento no es preciso pensar acerca del exótico concepto de un espacio *6n*-dimensional. Ello es porque aunque un cohete pueda requerir teóricamente un espacio dimensional muy elevado para describirlo, en la práctica todos los pernos, tuercas, giróscopos y demás componentes se mueven a la misma velocidad y mantienen la misma distancia relativa entre sí. Para describir el movimiento del cohete sólo es preciso tener en cuenta las tres direcciones del espacio y las tres direcciones del impulso.

Esto es lo habitual en los sistemas estables y ordenados. Aunque idealmente puedan tener un espacio de fases que contiene un vasto número de dimensiones para desplazarse, en rigor pueden desplazarse en un diminuto subespacio de este espacio más grande. El estudio del desplazamiento de un sistema desde el orden hacia el caos es, en cierto sentido, el estudio de cómo esta simple y limitada noción se descompone de tal modo que la naturaleza comienza a explorar todas las implicaciones del mucho más vasto espacio de fases que tiene a su disposición. Los sistemas de la naturaleza son como animales que han vivido siempre enjaulados. Si abrimos la jaula, al principio tienden a moverse de manera restringida, sin aventurarse demasiado lejos, merodeando, realizando movimientos repetitivos. Sólo cuando un animal un poco más audaz rompe este patrón y se aleja de la jaula, descubre un universo entero para explorar y huye de modo totalmente imprevisible. Como pronto veremos, los sistemas naturales a menudo realizan movimientos rígidos y repetitivos y luego, en un punto crítico, exhiben una conducta radicalmente nueva. Los mapas de espacio de fases ayudan a clarificar estos cambios de conducta.

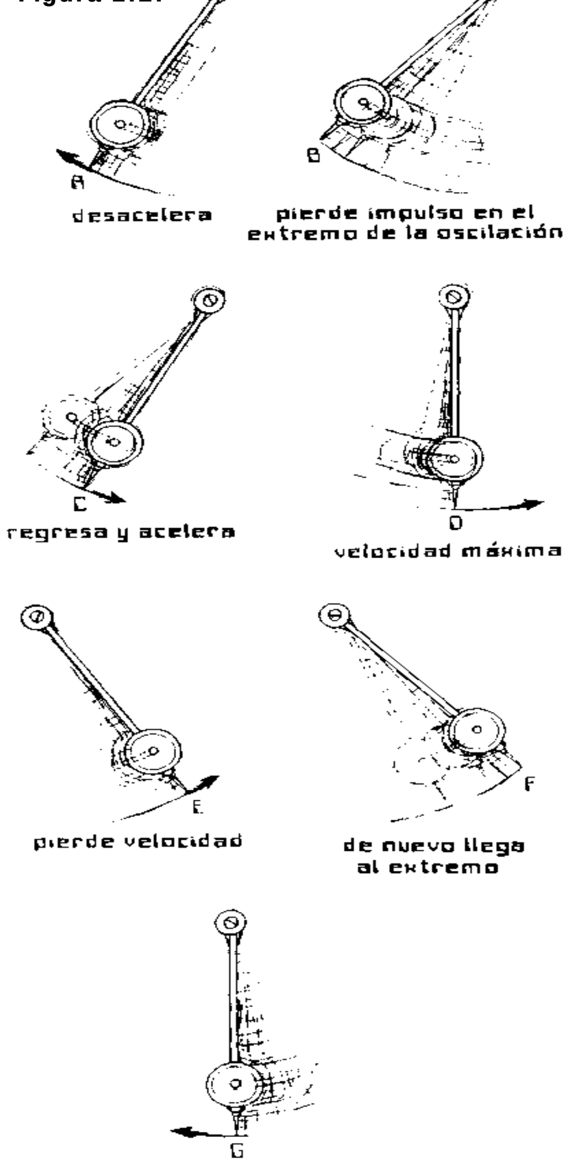
SISTEMAS QUE VUELVEN A SUS JAULAS

Uno de los sistemas más simples y regulares es el que actúa periódicamente, es decir, regresa una y otra vez a su condición inicial. Un resorte, la cuerda de un violín, el péndulo, la péndola de reloj, la columna de aire que vibra en un oboe, el sonido emitido por un piano eléctrico, el día y la noche, los pistones de un motor de automóvil, el voltaje del suministro eléctrico de corriente alterna, todos oscilan; todos son periódicos.

Estos sistemas se mueven de adelante para atrás, de arriba abajo, de un costado al otro, de tal modo que con cada oscilación completa regresan a su posición inicial. La conclusión lógica es que el camino de un sistema periódico regresa siempre al mismo punto del espacio de fases, por compleja que sea la senda de retorno. Tales sistemas están enjaulados de veras.

Un ejemplo familiar ilustrará estos sistemas periódicos: un péndulo que cuenta los segundos (Figura 1.2). El péndulo se mece hacia arriba y hacia la izquierda, perdiendo velocidad al moverse, hasta que por un segundo infinitesimal se detiene en el

Figura 1.2.

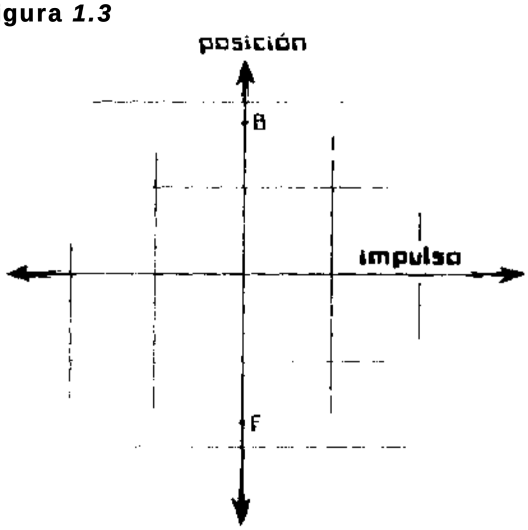


punto más alto de su movimiento; luego regresa, yendo cada vez más deprisa. Alcanza su velocidad máxima en la parte inferior de su oscilación y, al trepar a la derecha, de nuevo pierde velocidad. El péndulo es uno de los sistemas más simples entre los que exhiben esta conducta periódica y repetitiva. En ausencia de fricción y resistencia del aire, el péndulo seguiría oscilando para siempre.

Como el péndulo está limitado a oscilar de un lado al otro en una sola dirección, los científicos dicen, filosóficamente, que tiene "un grado de libertad". El cohete, que puede desplazarse en todas las direcciones del espacio, tiene tres grados de libertad.

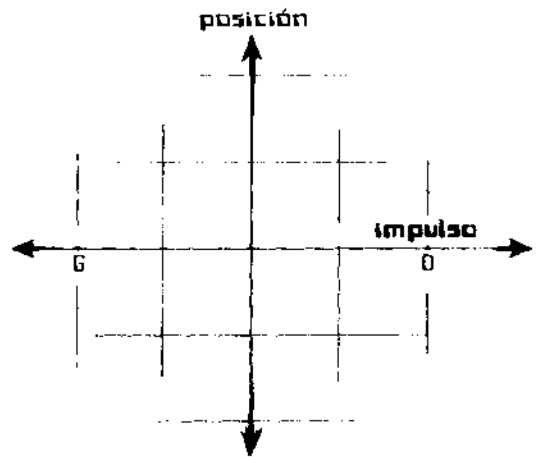
Tracemos el camino, o trayectoria, del péndulo en un mapa de espacio de fases. Primero, identifiquemos el punto alto de la oscilación hacia la izquierda como B. Aquí el impulso (masa por velocidad) es cero y el péndulo está en el extremo de su oscilación (desplazamiento máximo). Hay otro punto, F, a la derecha, donde el péndulo también tiene impulso cero.

Figura *1.3*



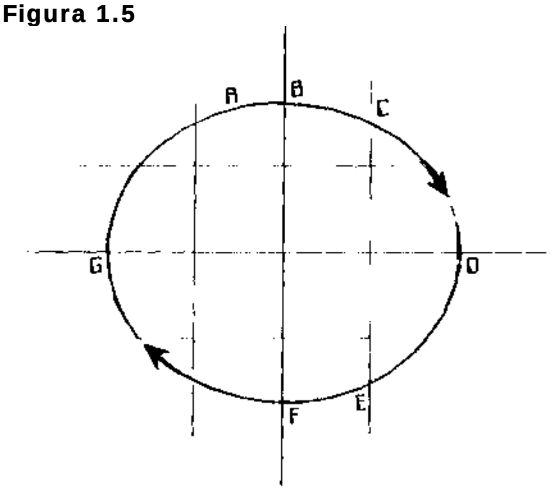
Ahora marquemos los dos lugares donde el péndulo está en su punto más bajo. Aquí su desplazamiento es cero pero su impulso (velocidad) está en el máximo. Estos puntos del espacio de fases son D y G. En el punto D el péndulo se mueve hacia la derecha con impulso máximo. En el punto G, se está desplazando con impulso máximo hacia la izquierda.

Figura 1.5



Por último, tracemos la trayectoria en el espacio de fases representando el movimiento total del péndulo en un ciclo.

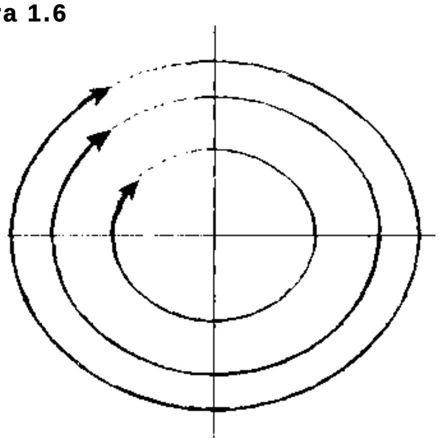
Figura 1.5



Como este esquema se repite ciclo tras ciclo, el mapa de espacio de fases de un péndulo es una órbita cerrada.

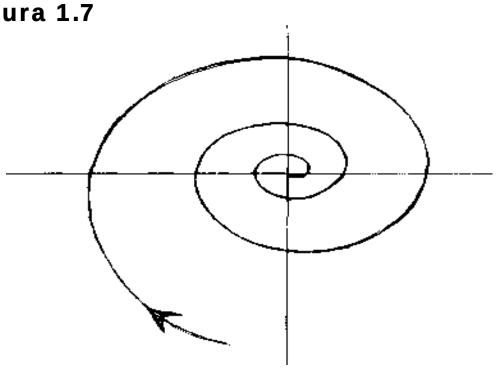
Si damos al péndulo un empujón más fuerte desde el principio, su desplazamiento máximo será mayor. De hecho, en el mismo mapa de espacio de fases podemos dibujar el mismo péndulo recibiendo empujones iniciales de diversa potencia.

Figura 1.6



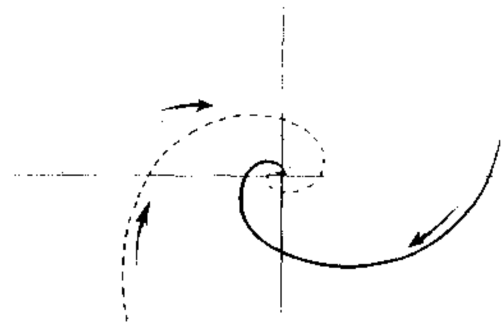
Cada uno de estos círculos representa un péndulo en un vacío. Pero en circunstancias comunes los péndulos sufren la fricción y la resistencia del aire; eventualmente pierden velocidad y se detienen a menos que un motor los mantenga en movimiento. Este proceso de deterioro de una órbita periódica también se puede representar con un mapa de espacio de fases. El punto central representa un péndulo con impulso cero y desplazamiento cero: un péndulo en reposo.

Figura 1.7



De hecho, cada péndulo terrestre, por grande que sea su desplazamiento inicial, eventualmente estará en reposo en su punto final fijado.

Figura 1.8

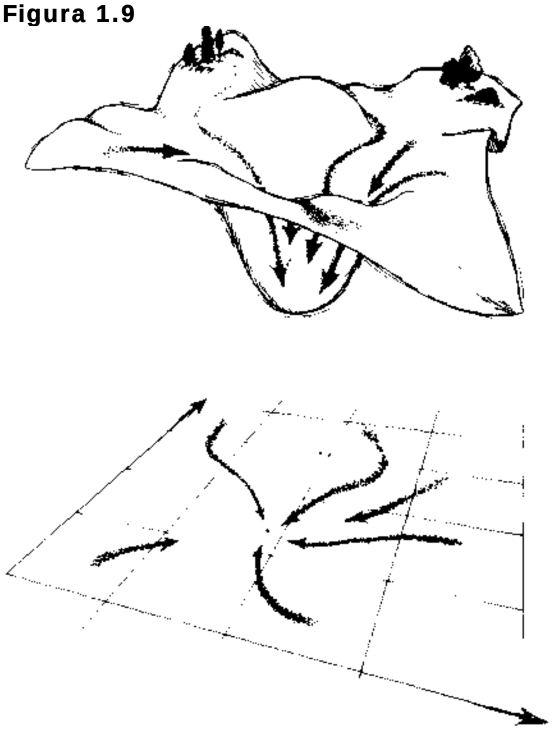


Como este punto parece atraer trayectorias hacia sí, los matemáticos lo llaman punto "atractor" o "punto atractor fijo".

El atractor representa un poderoso concepto que abarca los mundos-espejo del orden y el caos. Un atractor es una región del espacio de fases que ejerce una atracción "magnética" sobre un sistema, y parece arrastrar el sistema hacia sí.

Otro modo de enfocar esta criatura: imaginemos un paisaje ondulante alrededor de un valle. Rocas redondas y lisas ruedan colina abajo hasta el fondo del valle. No importa dónde empiecen a rodar las rocas ni con qué velocidad. Eventualmente todas terminarán en el fondo del valle. En vez de las colinas y los valles de un paisaje real, pensemos en colinas y valles de energía. Los sistemas naturales son atraídos por valles de energía y se alejan de las colinas de energía.

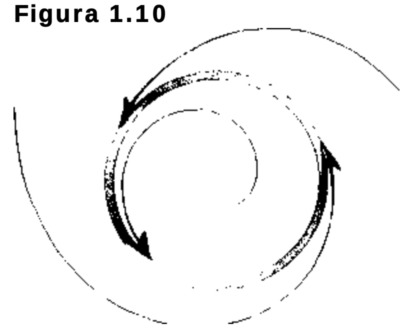
Figura 1.9



Es posible tener un paisaje con dos atractores, y un puente entre ambos. Incluso es posible tener una montaña alta que actúe como "repulsor" del punto. En dicho paisaje, las trayectorias de espacio de fases eluden los repulsores y se mueven hacia los atractores. En capítulos posteriores veremos que los científicos del caos y el cambio están descubriendo atractores "salvajes" llenos de pliegues, recodos y arrugas más complejas que las circunvoluciones del cerebro. Pero por el momento nos interesan los atractores domesticados que describen la evolución de los sistemas en el mundo clásico: sistemas donde todo parece ordenado. Poco a poco dejaremos atrás este mundo.

Volvamos, por ejemplo, al péndulo. En algunos relojes modernos el péndulo es puramente estético porque el reloj está impulsado por un más preciso cristal de cuarzo. Los componentes eléctricos del mecanismo de relojería dan al péndulo un puntapié periódico. Las fuerzas de la fricción y la resistencia del aire van frenando el péndulo, pero el puntapié periódico lo acelera. El resultado es que el péndulo oscila regularmente a pesar de los efectos de la fricción y la resistencia del aire. Aunque el péndulo recibiera un empujón adicional, o aunque alguien lo frenara un instante, eventualmente recobraría el ritmo adicional. Se trata obviamente de un nuevo tipo de atractor. El péndulo no está atraído hacia un punto fijo sino que es impulsado hacia una senda cíclica en el espacio de fases. Esta senda se llama ciclo límite, o atractor de ciclo límite.

Figura 1.10



Señalemos que, aunque un péndulo en el vacío realiza su ciclo sin cambios, el movimiento del péndulo no implica un ciclo límite, porque la menor perturbación altera la órbita del péndulo, expandiéndola o contrayéndola un poco. En cambio, un péndulo de ciclo límite impulsado mecánicamente resiste pequeñas perturbaciones. Si tratamos de sacar al sistema de la jaula, regresa corriendo a casa. La aptitud de los ciclos límite para resistir el cambio mediante la realimentación es una de las paradojas descubiertas por la ciencia del cambio. Los investigadores descubren cada vez más que la naturaleza tiene un modo de cambiar continuamente las cosas para dar con sistemas que *resistan* el cambio.

Un importante ejemplo de ciclo límite es el sistema depredador-presa, y tenemos un ejemplo en los viejos documentos de la Hudson's Bay Company, una compañía peletera del norte del Canadá. Revisando las amarillentas páginas de los libros de la compañía, los científicos notaron que durante décadas las temporadas buenas y malas de pieles de lince y de liebre de la nieve habían seguido un patrón cíclico que sugería que la población de estos animales oscilaba siguiendo un ciclo definido. ¿Cómo podía ser?

Para comprenderlo, sigamos el sistema depredador-presa de un lago que contiene muchas truchas y algunos lucios.

En el primer año los lucios se enteran con alegría de que tienen un suministro casi ilimitado de truchas. Los glotones lucios prosperan y se reproducen de tal modo que con los años la cantidad de lucios del lago crece sin cesar, a expensas de las truchas.

En este punto, con la reducción del principal recurso alimentario de los lucios, el lago se llena de lucios y muchos de ellos mueren.

Años después, con el descenso de la población de lucios, las truchas se multiplican y de nuevo llenan el lago. En consecuencia, los pocos lucios ahora tienen comida en abundancia y se multiplican nuevamente. Así, una oscilación entre la cantidad de lucios y la cantidad de truchas, entre depredadores y presas, establece un ciclo, de tal modo que cada tantos años la cantidad de lucios decae y la población de truchas alcanza un pico.

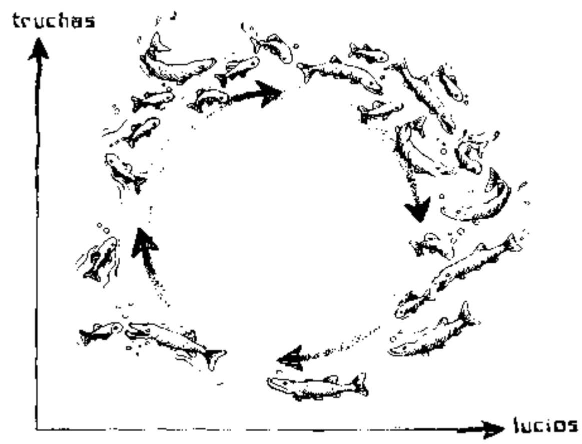


Figura 1.11

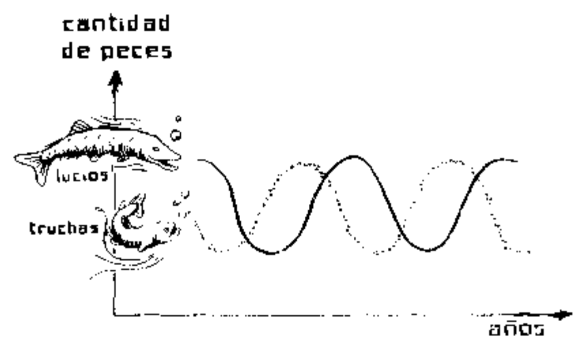


Figura 1.12

Los científicos han estudiado atentamente este sistema depredador-presa y han demostrado que, si arrojamos una cantidad de truchas en el lago en cualquier momento del ciclo, los números eventualmente se acomodan para seguir el ciclo original. Si una enfermedad liquida a las truchas, la población regresa nuevamente a los límites del ciclo. Un sistema combinado depredador-presa de lucios y truchas o de linces y liebres tiene una dinámica notablemente estable.

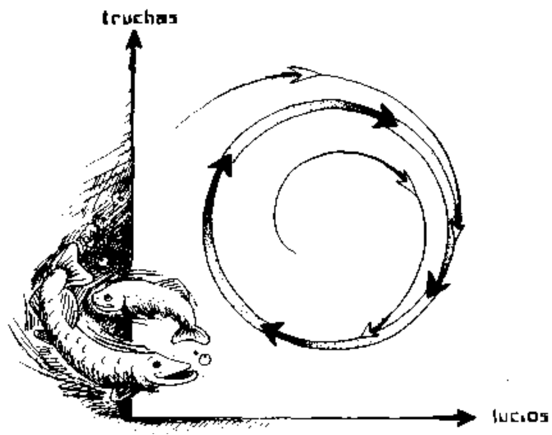


Figura 1.13. Las espirales que están dentro y fuera del ciclo límite indican lo que ocurriría si arrojáramos más truchas al lago o si una enfermedad matara a muchos. Al cabo de un tiempo el sistema regresaría al ciclo original.

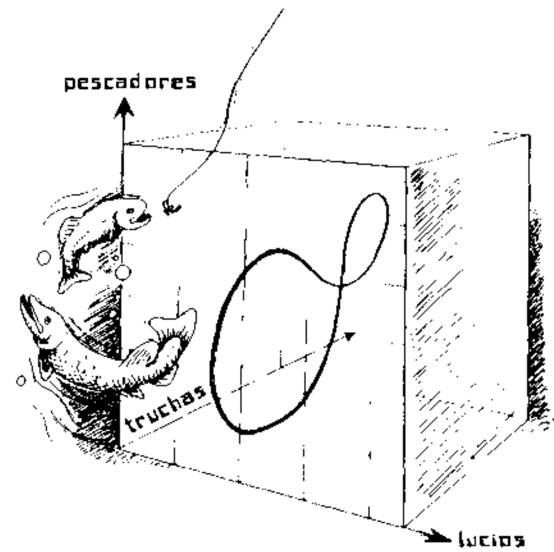


Figura 1.14

El péndulo era un sistema simple, pero la situación depredador-presa es mucho más compleja. Aquí tenemos una gran cantidad de individuos, y cada cual se comporta aleatoriamente, pero de algún modo todos crean un sistema muy estable y organizado.*

Un ciclo límite no siempre se reduce a una periodicidad simple. También podemos tener ciclos límite que describan el movimiento del sistema con tres variables, tales como la trucha, el lucio y los pescadores (Figura 1.14). Este ciclo límite está en un espacio de fases de más dimensiones.

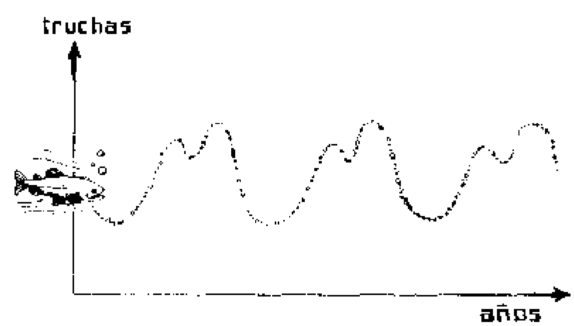


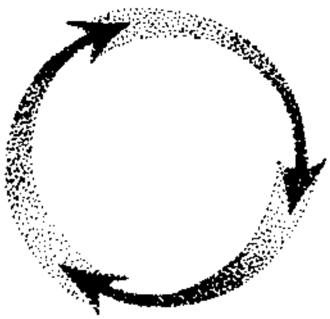
Figura 1.15. Con un espacio de fases compuesto por tres variables (truchas, lucios y pescadores) el ciclo límite es más complejo. Veámoslo así: la cantidad de truchas no es afectada sólo por la cantidad de lucios sino también por la cantidad de pescadores. Así que la población de truchas del lago puede variar de dos maneras. Su ciclo límite oscila en dos frecuencias, como se muestra aquí.

También podemos tener dos ciclos límite separados que interactúan entre sí. Esto a menudo ocurre en circuitos eléctricos y poblaciones rivales depredador-presa. Para visualizar los sistemas de ciclos límite acoplados, imaginemos el movimiento de dos péndulos, A y B, cada cual con

* De hecho, esta estabilidad de un ciclo límite es bastante misteriosa. ¿Cómo puede la conducta individual aleatoria crear una estructura tan previsible? No tendremos una respuesta cabal a esta pregunta hasta que crucemos al otro lado del espejo para ver cómo el orden puede surgir del caos.

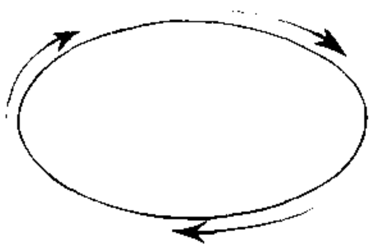
un motor. Si ignoramos el péndulo A, el movimiento del péndulo B tendrá un atractor de ciclo límite simple.

Figura 1.16



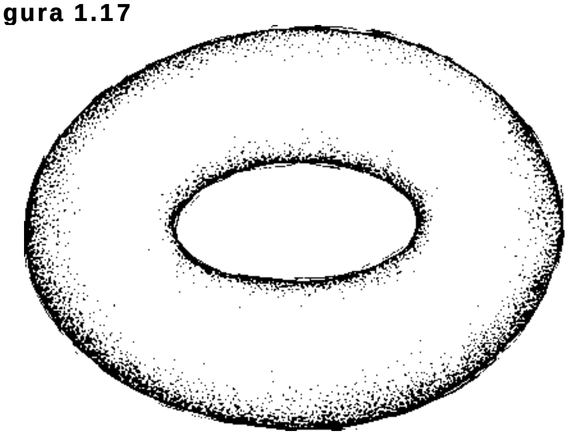
Asimismo, si ignoramos el péndulo B, el movimiento de A tendrá un atractor de ciclo límite simple.

Figura 1.16



Pero si los dos péndulos interactúan, el tamaño del espacio de fases aumenta y los ciclos límite, antes independientes, se entrelazan. Es como si el ciclo A fuera impulsado en un círculo por el ciclo B. El resultado de que un círculo impulse a otro en círculos es la generación de una figura con forma de rosquilla, a la cual los matemáticos llaman toro. En vez de dos péndulos interactuantes, también podemos imaginar dos sistemas interactuantes depredador-presa. Por ejemplo, el ciclo trucha-lucio podría interactuar con un ciclo insecto-rana en el lago. Al trazar la dinámica de este más amplio sistema de dos ciclos creamos un atractor toro.

Figura 1.17



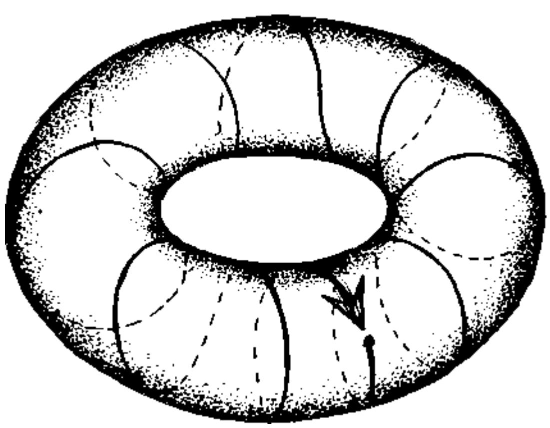
El atractor toro es una criatura más compleja y evolucionada que sus primos, los atractores de ciclo límite y de punto fijo. El estado de un péndulo simple se describe mediante un punto unidimensional que forma un atractor girando en un espacio de fases bi-dimensional. El estado combinado de dos péndulos se describe mediante un punto móvil que forma la superficie bidimensional de un atractor toro. El espacio de fases habitado por esta retorcida criatura bidimensional tiene tres dimensiones, pero los matemáticos pueden trabajar con toros en cualquier número de dimensiones. Es decir, es totalmente posible acoplar todos los osciladores de una juguetería entera o todas las relaciones depredador-presa de un ecosistema entero y representar su movimiento combinado en la superficie de un toro multidimensional.

El toro también es útil para imaginar un sistema con muchos grados de libertad. Eso significa que un péndulo u oscilador simple es libre de moverse de atrás para adelante en una sola dimensión. Pero, al aflojar el sistema de suspensión del péndulo, puede oscilar también de lado a lado, y moverse en dos direcciones. Para los físicos, dicho sistema oscilatorio, con dos grados de libertad, es el mellizo de dos osciladores unidimensionales acoplados. La oscilación de un sistema con dos grados de libertad también se puede describir como un punto desplazándose en la superficie de un toro. Un toro en espacio de fases multidimensional es lo más apto para describir ese cambio ordenado y aparentemente mecánico que acontece en los sistemas planetarios.

El movimiento combinado de un par de osciladores —sean planetas, péndulos o ciclos depredador-presa— se puede retratar como una línea que gira alrededor del toro, demostrando que la superficie del toro es el atractor. Ahora tomemos un primer plano del toro para examinar mejor este detalle.

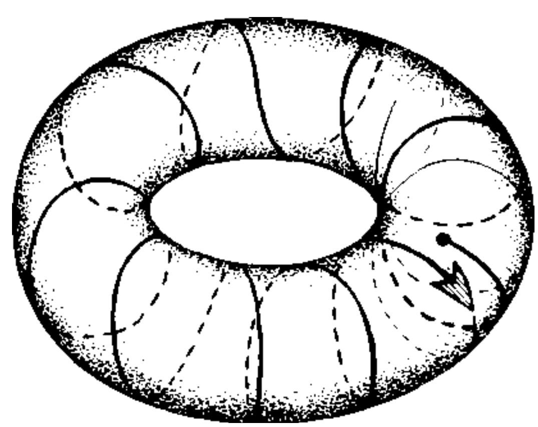
Si los períodos o frecuencias de los dos sistemas acoplados se encuentran en una proporción simple —uno tiene el doble de tamaño del otro, por ejemplo— las curvas que rodean el toro se unen con precisión, demostrando que el sistema combinado tiene una periodicidad exacta.

Figura 1.19



También hay otra forma de conducta oscilatoria acoplada. Aquí las frecuencias individuales no forman una proporción, así que son lo que los matemáticos llaman "irracionales", lo cual —como en el caso de la realimentación "positiva" y "negativa"— es sólo un nombre, no un juicio de valor. Los números racionales como 1/2, 1/4, 3/4 y demás siempre se pueden expresar con un número finito de decimales (0,5, 0,25, 0,75) o como un decimal simple recurrente: 1/3 = 0,333333. En contraste, un número irracional no se puede transcribir como una razón o proporción y su expresión decimal contiene un número infinito de términos sin patrón recurrente. Los dígitos de un número irracional tienen un orden aleatorio, En el caso en que el sistema combinado forma una frecuencia irracional, el punto del espacio de fases que representa el sistema combinado gira alrededor del toro sin unirse nunca consigo mismo. (Figura 1.20). Un sistema que luce casi periódico pero nunca se repite con exactitud es denominado, lógicamente, cuasiperiódico. Los matemáticos han demostrado que hay una infinidad de números racionales, pero hay una infinidad infinitamente mayor de números irracionales, así que aparentemente los sistemas cuasiperiódicos dominan el universo.

Figura 1.20



Los científicos del siglo diecinueve como lord Raleigh y los ingenieros del siglo veinte como Duffing y van der Pol estudiaron una gran variedad de sistemas cuasiperiódicos que exhiben ciclos limitados alrededor de toros de diversos tamaños. Tales ciclos se encontraron acoplando resortes y péndulos, estudiando instrumentos musicales y calibrando la oscilación de los circuitos eléctricos.

A estas alturas advertimos que la naturaleza descrita hasta ahora por los atractores es muy regular. Los sistemas decaen suavemente ante los atractores de punto fijo u oscilan en dóciles atractores de ciclo límite alrededor de una forma toroidal. Es un mundo clásico donde los científicos pueden predecir con mucha antelación aun la conducta de sistemas muy complejos. Los científicos también han desarrollado la noción de "previsibilidad asintótica": es decir, que aunque ignoren la posición exacta de un sistema en el momento, confían en que, por muy lejos que indaguen en el futuro, el sistema estará moviéndose en la superficie toroidal y no vagando al azar en el espacio de fases.

LA PREGUNTA DE POINCARÉ

Pero ya hemos visto que Poincaré arrojó una bomba de tiempo a la predicción al descubrir una especie de agujero negro en la física newtoniana. Newton había demostrado que el movimiento de un planeta alrededor del Sol, o de la Luna alrededor de la Tierra, es un problema de dos cuerpos, con forma de toro, que se puede resolver con exactitud. ¿Pero qué ocurre, preguntaba Poincaré, si añadimos a esta descripción el efecto de un planeta adicional? Al extender la mecánica de Newton a tres o más cuerpos, Poincaré encontró el potencial para la no linealidad, para la inestabilidad, para el caos incipiente.

El descubrimiento de Poincaré sólo se comprendió del todo en 1954, como resultado del trabajo del académico ruso A. N. Kolmogorov, con posteriores adiciones de otros dos rusos, Vladimir Arnold y J. Moser (a los tres se los conoce colectivamente como KAM).

Antes de examinar lo que descubrió KAM, digamos que todavía se enseña la física que Poincaré cuestionó. A los físicos aún les resulta útil descomponer un sistema complejo de manera abstracta y matemática. Así que reensamblan matemáticamente la órbita de varios planetas, o un puente en medio de fuertes vientos, o un motor en marcha en un conjunto de oscilaciones simples, acopladas como una serie de péndulos, o dibujada sobre un toro de cierta dimensión.

Al principio los científicos creían que teóricamente podían aplicar este análisis reduccionista a todos los sistemas complejos. Estaban convencidos de que las correcciones requeridas para explicar oscilaciones adicionales serían pequeñas, y no afectarían significativamente la figura del toro. Los "extraños" efectos de Poincaré eran excepciones donde aun el término adicional más pequeño, el tirón gravitatorio mínimo de un tercer cuerpo, podía significar la enorme diferencia entre un sistema que exhibe un movimiento ordenado —limitado a su toro— y un sistema violentamente caótico.

¿El descubrimiento de Poincaré implicaba que el universo entero es potencial mente caótico y se encuentra a una fracción de punto decimal de la aniquilación? La respuesta de KAM fue sí y no.

A partir de sus cálculos estos tres científicos llegaron *a* la conclusión de que el sistema solar no se descompondrá por obra de su propio movimiento siempre que se aplique una de dos condiciones:

Primero, que la perturbación o influencia del tercer planeta no sea mayor que el tamaño de la atracción gravitatoria de una mosca que esté tan lejos como Australia. Los físicos esperan poder refinar el teorema de KAM para demostrar que las perturbaciones de mayor tamaño que la mosca tampoco afectarán la órbita (pero todavía están trabajando en ello).

La segunda condición para impedir la desintegración del sistema solar es el requerimiento de que los "años" de los planetas en cuestión no se hallen en una proporción simple como 1:2, 1:3 ó 2:3, y así sucesivamente. En otras palabras, para permanecer estables, los planetas deben ser cuasiperiódicos, el movimiento de sus órbitas combinadas debe girar una y otra vez alrededor del toro sin unirse jamás. En tal caso las órbitas permanecen estables aun ante las perturbaciones de un tercer planeta mucho más grande que una mosca.

¿Pero qué ocurre cuando los años planetarios coinciden para formar una proporción simple? Aquí el sinuoso sendero del sistema alrededor del toro se une, lo cual significa que con cada órbita se amplifica el efecto de la perturbación. El resultado es una resonancia, análoga a la realimentación positiva de un amplificador, donde los efectos pequeños crecen en el tiempo para producir un resultado muy grande, un caos rechinante. Matemáticamente esta amplificación hace que la superficie del toro estalle en su espacio de fases. El planeta aún está atraído hacia la superficie e intenta alcanzarla, y en el esfuerzo se tambalea caóticamente hasta que al fin la órbita se quiebra y el planeta vuela al espacio.

Esto es lo que dice la teoría matemática de Poincaré-KAM. ¿Hay alguna prueba de que semejante intrusión del caos en el orden ocurra en la majestuosa mecánica celeste de nuestro sistema solar?

Perturbadoramente, cuando los científicos miraron, hallaron lagunas en el cinturón de asteroides precisamente en los sitios donde los "años" de Júpiter y un asteroide formarían una proporción simple. La laguna indica que cualquier planeta que habitara esa órbita sería prontamente lanzado al espacio.

Jack Wisdom, del Instituto de Tecnología de Massachusetts (MIT), estudió los últimos resultados del vuelo de la *Voyager* y descubrió que muchas de las lunas del sistema solar deben haber sufrido, en un período u otro, una fase de movimiento caótico, pero luego se estabilizaron al hallar una órbita cuasiperiódica. Hiperión, una tambaleante luna de Saturno con forma de gota, parece atravesar en este momento una de esas fases caóticas.

Wisdom también ha aplicado la teoría de KAM para explicar los meteoritos que chocan contra la Tierra. Los científicos convienen en que estos fragmentos de materia se deben de originar en el cinturón de asteroides. ¿Pero cómo llegan a la Tierra? Tomando en cuenta la influencia gravitatoria combinada de Júpiter y Saturno, Wisdom ha demostrado que los asteroides que entran en condición de resonancia quedan sujetos a la conducta excéntrica que finalmente los disparará hacia nosotros.

También se han notado lagunas orbitales en los anillos de Saturno. Aquí la interacción no lineal (realimentación positiva) es causada por los satélites interiores de Saturno. Las lagunas del sistema de anillos se corresponden con proporciones simples entre el período de rotación de los anillos y las lunas perturbadoras. Ello demuestra tanto la estabilidad relativamente prolongada de los anillos corno la inestabilidad de algunas de sus órbitas.*

Y dentro de las inestabilidades nos esperan más sorpresas. Cuando las lagunas de órbitas planetarias como el cinturón de asteroides o los anillos de Saturno se examinan en detalle, la matemática detecta una peculiaridad del mundo-espejo. Hay lagunas dentro de lagunas, como el alud de reflejos de un objeto situado entre dos espejos.

En los anillos de Saturno, por ejemplo, las lagunas de gran escala que hay entre las lunas y los anillos se reflejan en menor escala en las lagunas que hay entre fragmentos del material de los anillos.

Matemáticamente esto significa que el toro se descompone en toros cada vez más pequeños. Algunos de estos toros se vuelven estables, otros no. En la región que hay entre cada toro hay órbitas inestables de menor escala. En regiones donde las órbitas forman proporciones de frecuencia simple, el sistema revela una complejidad gótica.

La situación orbital que acabamos de comentar nos brinda nuestro primer atisbo de una nueva comprensión que se está difundiendo en las ciencias: el azar está entrelazado con el orden, la simplicidad oculta complejidad, la complejidad alberga simplicidad, y el orden y el caos se pueden repetir en escalas cada vez más pequeñas, un fenómeno que los científicos del caos han denominado "fractal".

Los físicos comienzan a ver que el sistema solar no es el relativamente simple mecanismo de relojería de los tiempos de Newton, sino un sistema que cambia constantemente, infinitamente complejo y capaz de conductas inesperadas. Así que volvemos al problema de Poincaré. ¿Esto significa que aun el sistema solar puede sufrir estertores y morir?

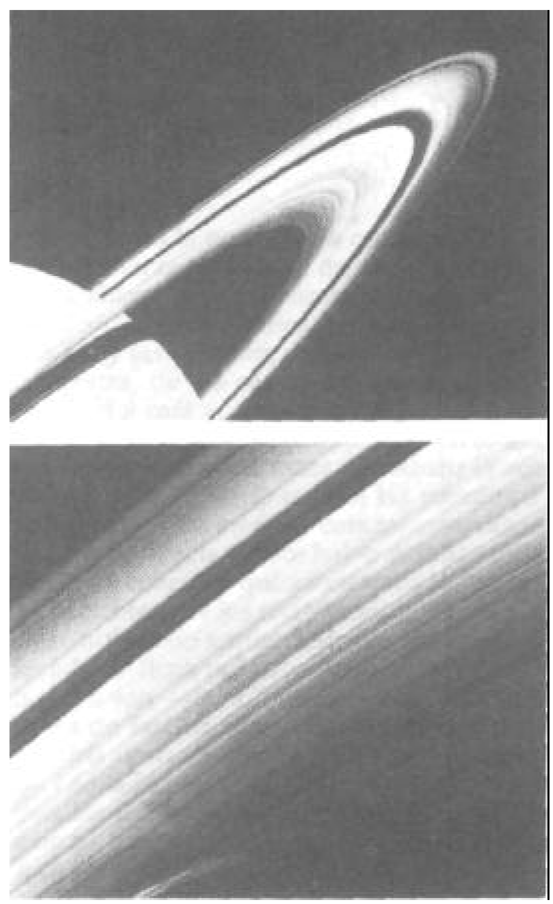


Figura 1.21. Nótense las brechas allí donde el caos asoma en los ordenados anillos.

* Todo ello constituye una prueba estimulante para la teoría de KAM, pero debemos enfatizar que la cuestión de los anillos de Saturno es muy compleja y actualmente se están indagando varias teorías mediante modelos informáticos.

A decir verdad, una pequeña fricción bastaría para que así fuese.

Resulta extraño pensar en los planetas en términos de fricción, pero las mareas de la Tierra disipan la energía del sistema Tierra-Luna y un efecto similar resulta de la fricción entre la densa y gaseosa atmósfera de Júpiter y sus lunas. Las fuerzas de fricción de los planetas así modifican muy despacio la órbita de los planetas y las lunas, de modo que gradualmente se alteran a través de millones de años. Tal vez dicho movimiento los esté acercando a regiones de caos potencial. Poincaré se preguntaba si el sistema solar era estable. Dados los descubrimientos de los modernos científicos del caos, esta turbadora pregunta debe permanecer abierta.

Sin embargo, si alguna vez el sistema solar se desintegra y se precipita en el caos, y si hay matemáticos presentes para observarlo, al menos conocerán la causa. El culpable será la pesadilla del Emperador Amarillo, una monstruosa criatura del mundo-espejo que será totalmente distinta del punto atractor, el ciclo límite o el toro. Los científicos ya han reconocido que este atractor del mundo-espejo es inherentemente paradójico. Los sistemas que lo generan brincan de aquí para allá y no tienen una conducta previsible. Son caóticos. Sin embargo, como luego veremos, este desorden tiene una forma. El atractor al que se aferran estos sistemas es una especie de desorganización organizada del espacio de fases, y por ello los científicos lo llaman "extraño".

Capítulo 2

El Emperador Amarillo olvidó su sabiduría. Todos se contentaban con ser forjados y modelados nuevamente.

CHUANG *TZU*

El DILUVIO DE LEONARDO

En el siglo diecinueve se pensaba que el caos y el orden regular tenían poco que ver entre sí; se hallaban en lados opuestos del espejo del Emperador Amarillo. Pero como KAM y otros han ampliado la perspectiva de Poincaré, los científicos están viendo que el caos no es una mera oscilación sin rumbo sino que constituye una forma sutil del orden. Nuestro primer ejemplo de este peculiar orden fue el asteroide caótico que eternamente busca su hogar en la estructura de un a tf actor que ha sido fragmentado a través del espacio de fases. Dicho atractor desintegrado se denomina "atractor extraño", un nuevo y sorprendente objeto del análisis matemático (Figura 2.1).

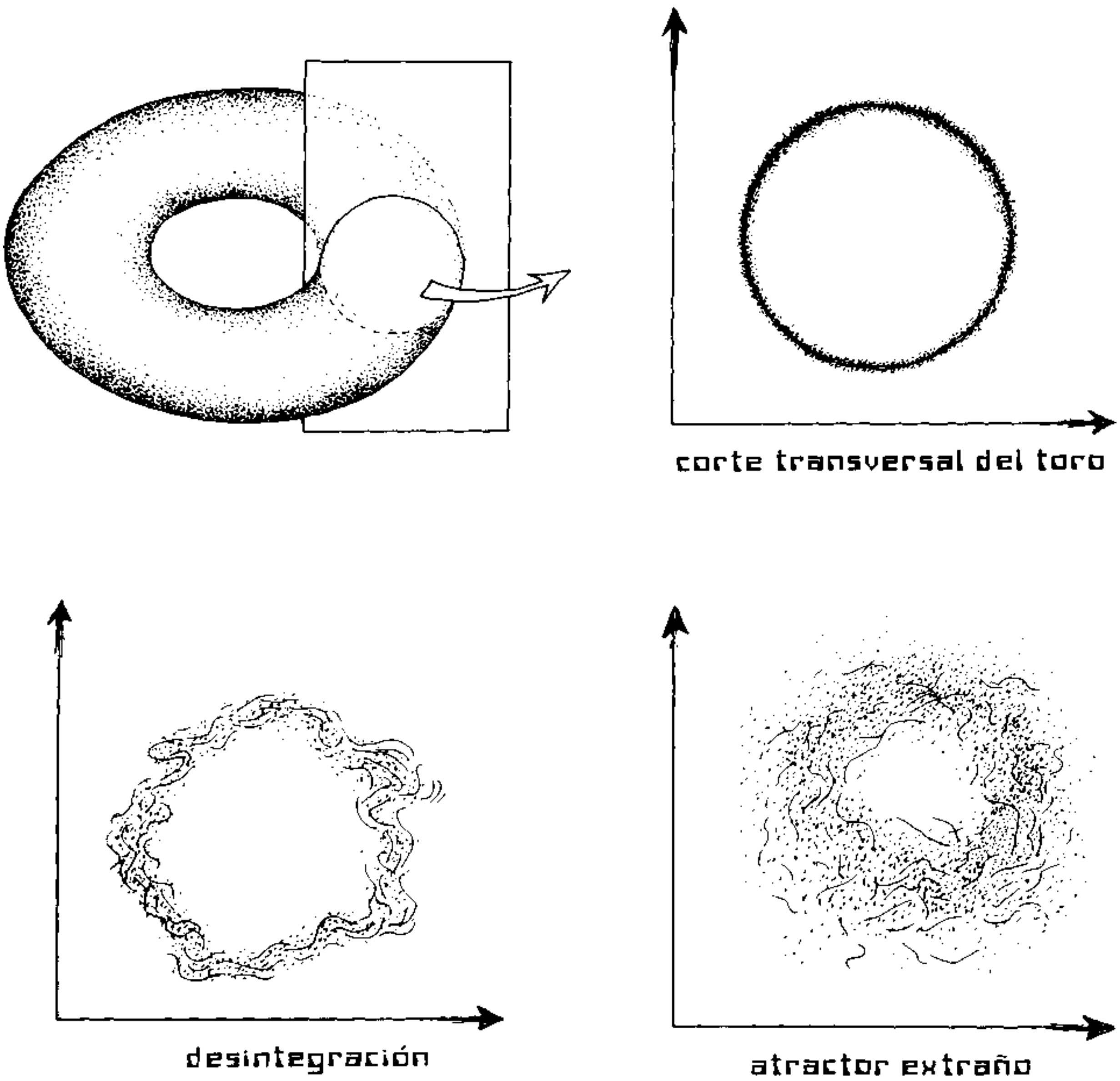
Resulta ser que el atractor extraño no tenía nada de nuevo. Su presencia estaba oculta bajo otro nombre: turbulencia.

La turbulencia está abrumadoramente presente en la naturaleza: en las corrientes de aire, en ríos veloces que lamen rocas y columnas de puentes, en la lava caliente que fluye de un volcán, en desastres meteorológicos tales como los tifones y las olas gigantes.

A menudo la turbulencia causa problemas a los humanos. Interfiere en nuestra tecnología al alterar el movimiento del petróleo en los oleoductos; modifica la conducta de las bombas y las turbinas, de los camiones en las autopistas, de los cascos de las naves en el agua y del café en la taza de un pasajero de avión. Los efectos de la turbulencia en la sangre pueden dañar los vasos y producir la acumulación de ácidos grasos en las paredes de los vasos; en los nuevos corazones artificiales, la turbulencia parece haber sido la culpable de los coágulos que afectaron a los primeros pacientes que los recibieron.

La turbulencia que destruye sistemas ordenados y llena nuestros paisajes de hirviente desorden —lava, viento, agua— ha sido objeto de fascinación para las grandes mentes. Una de las primeras, y las más grandes, fue Leonardo da Vinci, quien realizó atentos estudios del movimiento turbulento y se obsesionó con la idea de que un gran diluvio inundaría un día la Tierra.

Figura 2.1. Un atractor toro fragmentándose en el espacio para crear un atractor extraño. Los sistemas que sufren la influencia de un atractor extraño rebotan caóticamente siguiendo al atractor.



Leonardo estudió ávidamente el flujo del agua en las cañerías y la fuerza erosionante del flujo rápido. En el siglo diecinueve la turbulencia llamó la atención de von Helmholtz, lord Kelvin, lord Raleigh y una multitud de científicos menos conocidos que realizaron importantes aportes experimentales. Pero, a pesar de estos esfuerzos, la turbulencia continuó siendo un campo de estudios de escasa relevancia. Era difícil obtener resultados decisivos y el tema resultaba impenetrable para la ciencia hasta hace poco tiempo, cuando se lo reconoció como un importante campo de investigación. El estudio de la turbulencia, un subconjunto del creciente campo de la teoría del caos, se concentra en las leyes del caos atractivo en líquidos y gases. Ahora algunos científicos piensan que la turbulencia (y el caos) pronto resultarán tan importantes como la mecánica cuántica y la relatividad.

Este reciente interés en sistemas con tantos grados de libertad y una dinámica tan compleja se debe en parte a la serie de nuevas y sofisticadas sondas que permiten examinar un acontecimiento turbulento y recoger datos sobre lo que ocurre allí. El desarrollo de ordenadores de altísima velocidad ha permitido a los investigadores desplegar gráficamente los bizantinos resultados de las ecuaciones no lineales utilizadas para representar la turbulencia. Los investigadores pueden proyectar los despliegues visuales en movimiento lento y reproducir los procesos que se desarrollan dentro del movimiento turbulento.

Aun así, las leyes de la turbulencia han sido elusivas. La mayoría de los progresos realizados hasta ahora se relacionan con descripciones de algunas de las rutas que *conducen a* la turbulencia.

Figura 2.2. Un estudio de Leonardo acerca del movimiento turbulento. El dibujo pinta remolinos dentro de remolinos dentro de remolinos. Los vórtices más grandes se descomponen en vórtices *más* pequeños que se vuelven a descomponer. Los científicos llaman "bifurcación" a esta ramificación continua.

Un buen sitio para comenzar a meditar sobre el problema del surgimiento de la turbulencia es un río que fluye lentamente en el calor estival.

El río se topa con una gran roca pero se divide fácilmente y deja atrás el obstáculo. Si echamos gotas de tintura en el agua, producen líneas que dejan la *roca* atrás, sin separarse ni mezclarse (Figura. 2.3).

Al llegar el otoño, comienzan las lluvias y el río circula con mayor velocidad. Ahora se forman vórtices (ciclos límite) detrás de la roca. Son bastante estables y tienden a permanecer en el mismo sitio durante períodos prolongados (Figura 2.4).

Figura 2.3

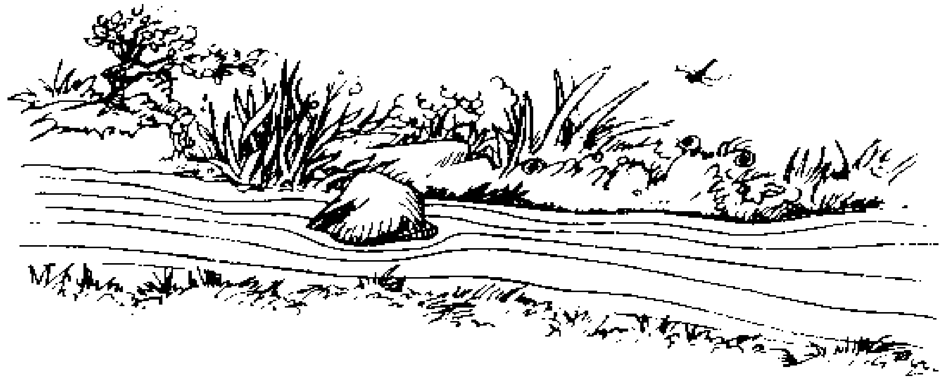


Figura 2.4

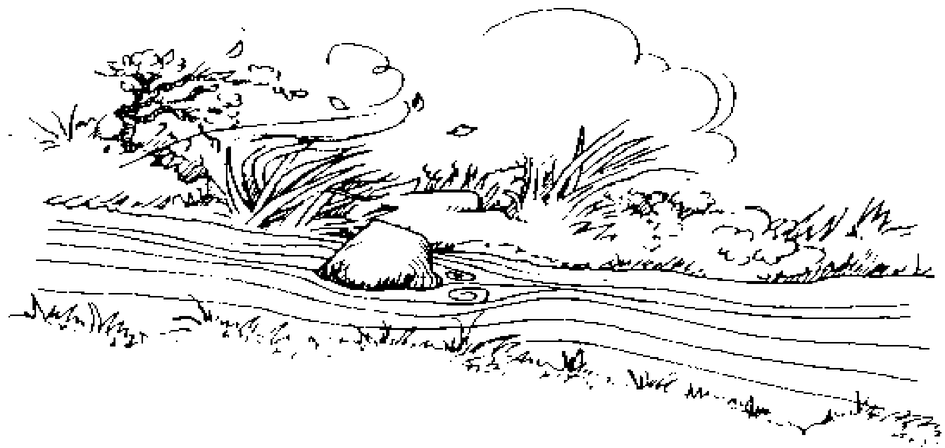


Figura 2.5

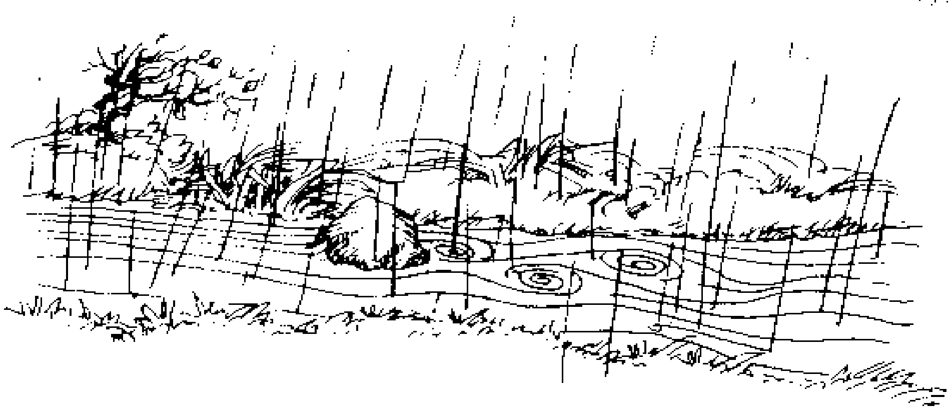
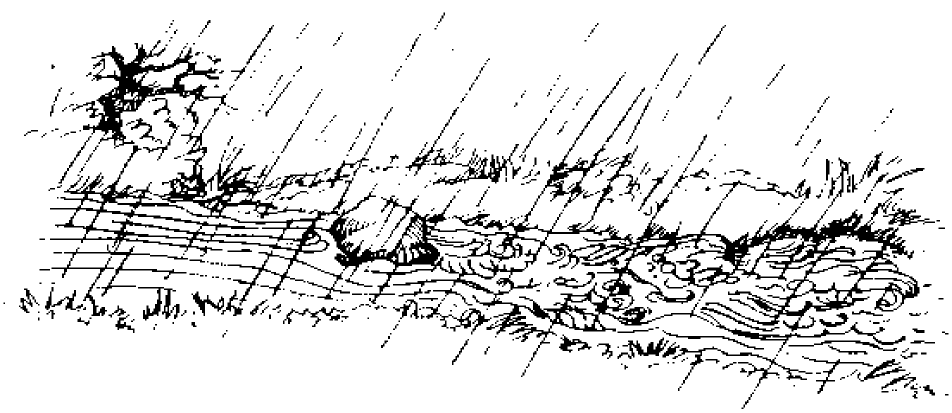


Figura 2.6



Al aumentar la velocidad del agua, los vórtices se separan y se desplazan por el río, difundiendo corriente abajo la influencia perturbadora de la roca. Anteriormente, una medición de la razón de flujo a partir de la roca habría dado un resultado constante. Pero ahora la razón de flujo oscila periódicamente como consecuencia de los vórtices (Figura 2.5).

Cuando la velocidad del río aumenta aun más, un observador ve que los vórtices se descomponen en regiones locales de agua arremolinada y agitada. Además de las oscilaciones periódicas del flujo del agua, ahora hay cambios irregulares más rápidos: las primeras etapas de la turbulencia (Figura 2.6).

Por último, con el rápido flujo del agua, la región que hay detrás de la roca parece haber perdido todo orden, y la medición de las razones de flujo en la región arroja resultados caóticos. Predomina una verdadera turbulencia, y el movimiento de cada diminuto elemento del agua parece ser aleatorio. La región tiene tantos grados de libertad que la capacidad de describirla supera la capacidad de la ciencia contemporánea.

En sus observaciones y dibujos del agua en rápido flujo, Leonardo señala que los vórtices tienden a fragmentarse en vórtices cada vez más pequeños, que luego se fragmentan de nuevo. El proceso que lleva a la turbulencia parece involucrar incesantes divisiones y subdivisiones o bifurcaciones en escalas cada vez más pequeñas. ¿Dónde terminan estas bifurcaciones? ¿Su número tiene un límite? Un fluido está compuesto, en última instancia, de moléculas. ¿Es posible que la verdadera turbulencia persista aun hasta el nivel molecular, o más allá de él?

La noción de vórtices dentro de vórtices *ad infinitum* sugiere que los sistemas cercanos a la turbulencia lucen similares a sí mismos en escalas cada vez más pequeñas, lo cual vuelve a insinuar que el atractor extraño de la turbulencia es un mundo-espejo.

En el siglo diecinueve, el físico británico Osborn Reynolds descubrió una brillante astilla de este espejo. Experimentando con caños de diversos tamaños, Reynolds pudo dar con un número —hoy llamado número de Reynolds— que indica a un ingeniero en qué momento el sistema llegará a la turbulencia.

El número de Reynolds se calcula multiplicando diversas variables que incluyen el tamaño del caño, la viscosidad del fluido y la razón de flujo. Reynolds demostró que la turbulencia aparece en cuanto se llega a ese número mágico. El número crítico es un extremo de un espectro que abarca desde el flujo regular hasta los vórtices, la fluctuación periódica y el caos. Un curioso rasgo de este espectro es que se sostiene en diferentes escalas. Usando el número de Reynolds, los científicos pueden simular el complejo movimiento del agua del río Mississippi en un ordenador. El flujo del aire alrededor de un prototipo sujeto a una corriente de aire relativamente lenta en un túnel de viento puede imitar precisamente los efectos de un coche verdadero desplazándose a alta velocidad por una autopista. Asombrosamente, la llegada de la turbulencia en pequeña escala refleja el advenimiento de la turbulencia en escala grande. Inadvertidamente, Reynolds había dado con la curiosa autosimilitud del atractor extraño.

DIMENSIONES TURBULENTAS

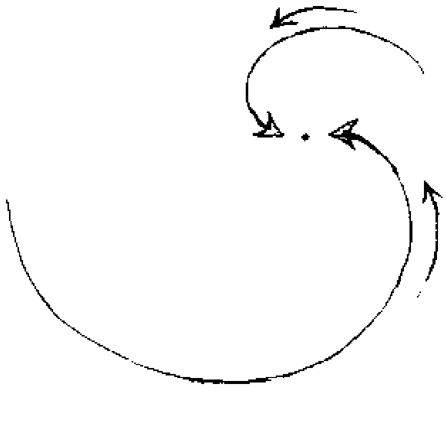
Uno de los primeros científicos que intentó seguir los pasos del desarrollo de la turbulencia fue un físico ruso.

Lev Landau, quien en 1962 recibió el premio Nobel por su teoría del helio superfluido, advirtió que la turbulencia comienza progresivamente a medida que los movimientos dentro de un fluido se vuelven cada vez más complejos. A la manera de Leonardo, pensaba que la turbulencia total aparecía después de un gran número de bifurcaciones.

La teoría de Landau cobró nuevo impulso en 1948 cuando el científico alemán Eberhard Hopf inventó un modelo matemático para describir las bifurcaciones que conducían a la turbulencia.

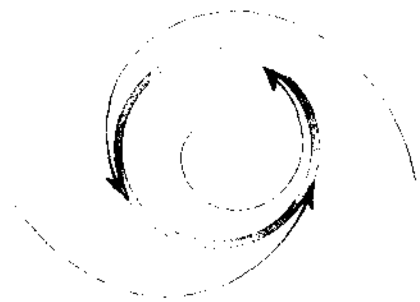
En un arroyo que circula fluidamente, los diversos parámetros que describen el flujo son constantes e inmutables. Aun cuando se perturbe el arroyo arrojando una piedra, pronto regresa a su flujo normal. Como las variables que definen el flujo del arroyo no cambian, el agua que fluye sin estorbos se puede representar mediante un solo punto en el espacio de fases, un punto atractor. El punto, en este caso, representa la velocidad constante del agua.

Figura 2.7



En un arroyo que circule a mayor velocidad, el flujo está distorsionado por oscilaciones donde se forman vórtices estables. No obstante, este flujo es muy regular y se puede caracterizar como un ciclo límite. El arroyo perturbado siempre regresa a la misma oscilación básica, el mismo vórtice estable, aunque se le arroje una piedra para perturbarlo.

Figura 2.8



Pero dicha descripción es casi paradójica: cuando la velocidad del arroyo es lenta, un punto atractor sirve para describir el movimiento, pero al aumentar la velocidad aplicamos un atractor de ciclo límite. Obviamente tiene que haber un punto crítico en el cual la descripción de la conducta del arroyo salta de un atractor al otro. Este punto crítico de inestabilidad se llama hoy inestabilidad de Hopf.

Hopf propuso luego toda una gama de nuevas inestabilidades. La primera inestabilidad involucra un salto del punto atractor al ciclo límite. Le sigue un brusco tránsito a un atractor toro (una forma de rosquilla en tres dimensiones), luego a un toro en cuatro, cinco, seis y un creciente número de dimensiones.

La imagen de Hopf y Landau es intuitivamente atractiva; evoca los dibujos de Leonardo, vórtices dentro de vórtices. Sin embargo, los experimentos no han confirmado los toros de más dimensiones predichos por este modelo. En cambio, la observación de algunos sistemas indica que, aunque los comienzos de la transición del flujo ordenado al desordenado son los descritos por Landau y Hopf, el sistema sigue luego un rumbo hacia el caos que tiene implicaciones aun más asombrosas.

En 1982 se realizó un cuidadoso experimento sobre la inestabilidad que aparece en algunas corrientes de convección cuando el aire caliente se eleva de los desiertos o cuando el agua caliente sube arremolinándose desde el fondo de una olla. Los investigadores que examinaban esta inestabilidad, denominada inestabilidad de Bénard, descubrieron que la turbulencia se producía con mucha mayor rapidez de la que sugería la hipótesis de Hopf.

El físico David Ruelle, del Instituto de Altos Estudios Científicos de Francia, con ayuda de Floris Takens, creó una nueva teoría para este rápido surgimiento del caos.

Ruelle, quien fue el primero en bautizar al atractor de la turbulencia con el nombre de "extraño", está de acuerdo con Landau y Hopf en que en la corriente de convección el flujo regular cede ante una primera oscilación en que el punto atractor salta a un ciclo límite. Luego el ciclo límite se transforma en la superficie de un toro. Pero Ruelle argumenta que en la tercera bifurcación ocurre algo que es casi de ciencia ficción. El sistema no salta de una superficie toroide bidimensional a una superficie toroide tridimensional en el espacio tetradimensional, sino que el toro mismo comienza a descomponerse. ¡Su superficie ingresa en un espacio de dimensión *fraccional*! Dicho de otro modo, la superficie del toro atractor queda atrapada *entre* las dimensiones de un plano (bidimensional) y de un sólido (tridimensional).

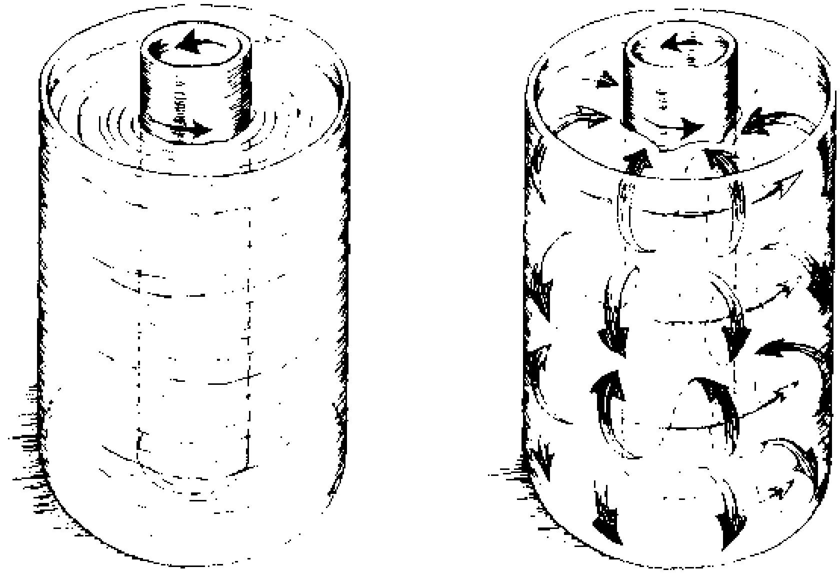
Para tener una idea de lo que esto significa, pensemos en un papel, un objeto bidimensional.* Estrujemos el papel. Cuanto más lo comprimimos, más caóticos son los pliegues, y más se acerca la superficie bidimensional a un sólido tridimensional. La convección de Bénard es como el papel estrujado, o como un personaje de ciencia ficción que no puede escoger entre un mundo y otro. En un desesperado y fluctuante "esfuerzo" para escapar a una dimensión más alta o regresar a una más baja, la corriente vagabundea en los infinitos caminos laterales de la "indecisión" entre las dos dimensiones y así se arruga. La dimensión donde habita esta "indecisión" no es pues una dimensión entera (no es bidimensional ni tridimensional) sino fraccional. Y la forma que traza la indecisión es un atractor extraño.

Harry Swinney, de Haverford College, y Jerry Gollub, de la Universidad de Texas en Austin, diseñaron un notable experimento que respalda a Ruelle (Figura 2.9). Se trataba de estudiar el movimiento de un líquido entre dos cilindros. El cilindro exterior permanece estacionario mientras el interior rota. Esto establece un flujo en el cual diferentes partes del líquido viajan a diferentes velocidades. Con velocidades de rotación bajas, el fluido fluye uniformemente. Pero al aumentar la velocidad de rotación, se produce la primera inestabilidad de Hopf. Ahora el fluido viaja por

---

* Claro que el papel es en verdad tridimensional, y una de las dimensiones es muy delgada. No obstante, al menos metafóricamente, se aproxima bastante a un plano matemático.

Figura 2.9



medio de una serie de rotaciones internas semejantes a las retorcidas hilachas de una soga.

Con la segunda bifurcación de Hopf, aparece un nuevo conjunto de rotaciones internas y el fluido se retuerce con creciente complejidad, oscilando en dos frecuencias diferentes. Cuando se aumenta aun más la velocidad de rotación, el movimiento regular se desintegra en fluctuaciones aleatorias: cuando se las representa, se anudan en la forma de un atractor extraño con dimensión fraccional.

A medida que los científicos analizan el significado de dichos experimentos, enfrentan cada vez más la ironía de la turbulencia. La turbulencia surge porque todos los componentes de un movimiento están conectados entre sí, y cada uno de ellos depende *de* todos los demás, y la realimentación entre ellos produce más elementos.

¿La desintegración del orden en turbulencia —ese atractor extraño— es un signo de la infinita y profunda interconexión del sistema o, en rigor, de su carácter integral? Por raro que parezca, hay pruebas que apuntan en esta dirección.

Capítulo 3

El Emperador Amarillo dijo ... "Si hemos de regresar nuevamente a las raíces, temo que tendremos dificultades".

CHUANG TZU

COMO OSCILAN LOS GUSANOS

Algunas de las pruebas que conectan la totalidad, el caos y el atractor extraño provienen de una ocupación digna de los personajes del país de las maravillas de Alicia. Al estudiar lo que ocurre cuando una simple ecuación matemática es realimentada consigo misma, los científicos han penetrado profundamente en el espejo turbulento. La iteración de ecuaciones ha revelado una gama de asombrosas propiedades matemáticas, y resulta ser que estas propiedades —como el espejo de Alicia— reflejan algunos de los cambios estrafalarios que acontecen en nuestro mundo real.

El crecimiento demográfico es un tema que interesa a los biólogos, ecologistas y epidemiólogos, pero también a los matemáticos, pues detrás de las fórmulas engañosamente simples del crecimiento demográfico se oculta una rica y variada conducta que va desde el orden más simple hasta el caos.

La historia abunda en ejemplos de poblaciones fuera de control: la liberación de una pequeña colonia de conejos en Australia cuyos descendientes se expandió por todo el continente; la conquista del nordeste de los Estados Unidos por la oruga de la lagarta que escapó de un laboratorio de Boston; la marea migratoria de abejas asesinas; las oleadas de gripe que parecen dormir durante años y luego atraviesan el globo como epidemias, sólo para agonizar antes del comienzo del siguiente ciclo.

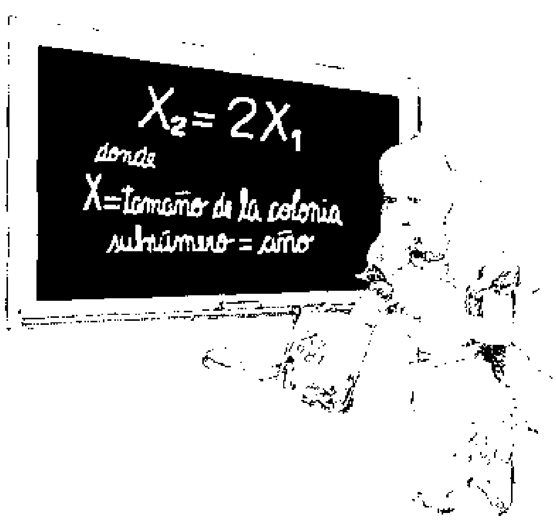
Algunas poblaciones se multiplican deprisa, otras se extinguen prontamente; algunas crecen y decrecen con periodicidad regular; otras se comportan —como pronto veremos— de acuerdo con las leyes de los atractores extraños, y del caos.

El crecimiento de las poblaciones de conejos es un punto de partida demasiado complejo para comprender el advenimiento del caos. La razón es que algunos ejemplares dan a luz, mientras otros todavía están alcanzando la madurez o están preñados. Una ecuación que describiera el tamaño de una población de conejos debería tener en cuenta todos estos factores.

Mucho más simple, e igualmente esclarecedor, resulta estudiar el sistema demográfico de un parásito que vive en verano y muere con el frío después de poner los huevos. La mariposa llamada lagarta es un buen ejemplo. Empecemos con una colonia pequeña.

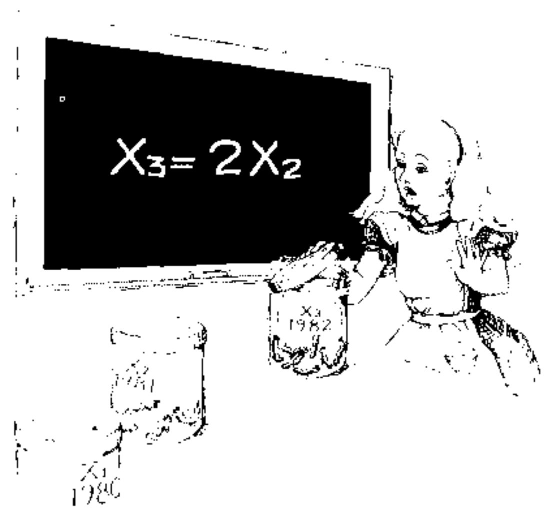
Dando por sentado que un porcentaje similar de huevos de lagarta se empollan y sobreviven cada año, el tamaño de una colonia de larvas este año está relacionado con la cantidad de larvas que se metamorfosearon en mariposas y desovaron el año anterior. Supongamos que el tamaño de una colonia es de 100 lagartas y la colonia se duplica cada año. Si el tamaño de la colonia es de 200 para el segundo año, será de 400 para el siguiente.

Figura 3.1



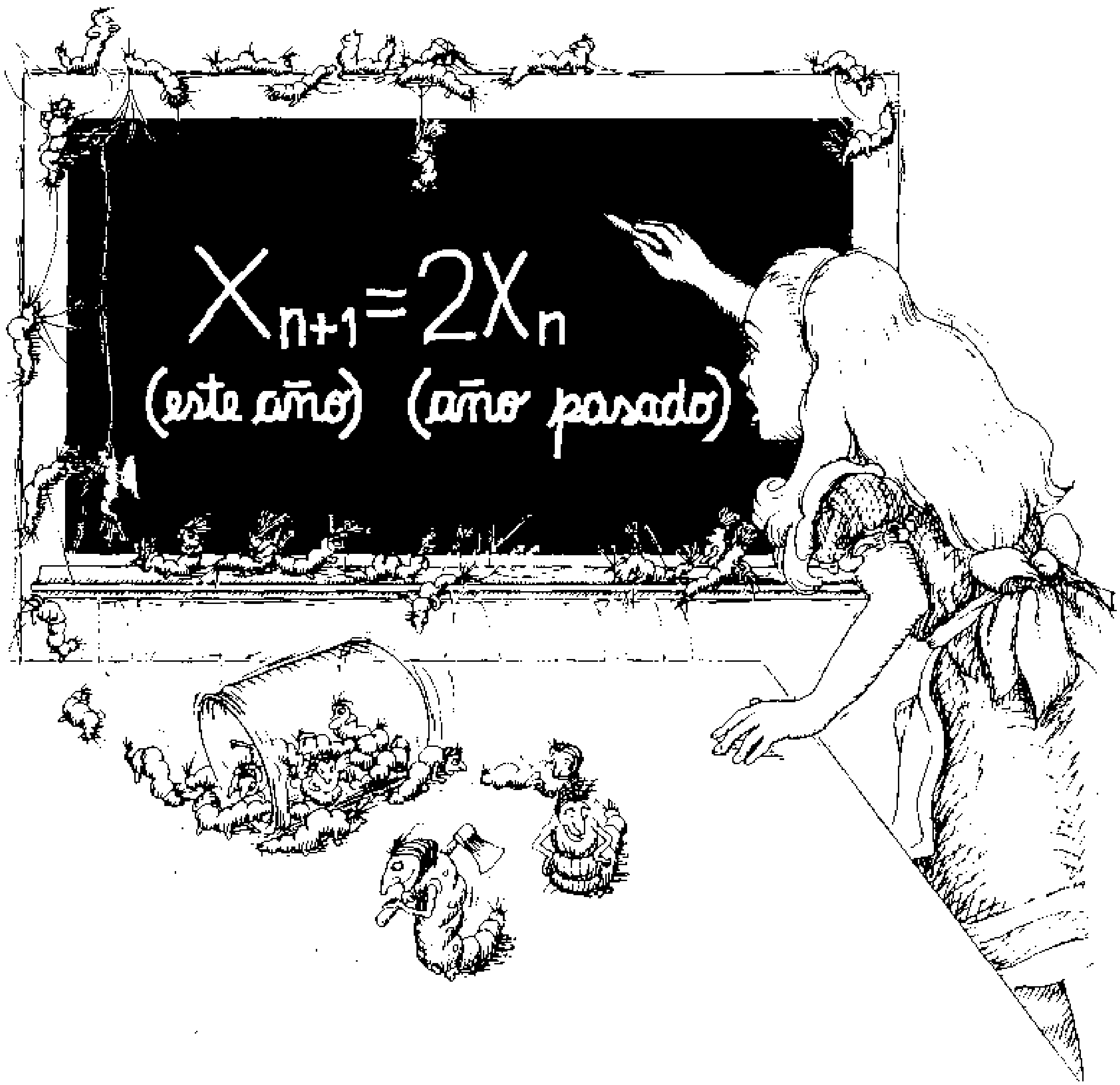
En el tercer año el tamaño de la colonia se duplica de nuevo.

Figura 3.2



Es muy fácil dar una fórmula general que permita calcular la población de un año a partir de la población del año anterior.

Figura 3.3



Desde luego, no todas las poblaciones se duplican. Algunas pueden crecer con mayor o menor velocidad. Si denominamos N a la tasa de natalidad, cada colonia es N veces mayor este año que el año anterior. En nuestro ejemplo de la lagarta, adoptamos N = 2, lo cual conducía a una duplicación de la población. Pero ahora, cuando N cobra otros valores, es posible una variedad de crecimientos.

Figura 3.4

Esta ecuación de crecimiento exponencial funciona bastante bien con una población muy pequeña o diluida cuando hay alimentos en abundancia y mucho espacio libre para expandirse. Pero la fórmula es obviamente limitada. Por ejemplo, si la aplicamos a conejos duplicándose en cada generación, la proyección indica que la pareja australiana original se habría propagado hasta cubrir el universo entero al cabo de sólo 120 generaciones. En el mundo real, el crecimiento exponencial o geométrico no continúa regularmente porque todo sistema demográfico depende de otros sistemas de la cadena alimentaria. Todos estos sistemas están interrelacionados, así que el tamaño de la población al fin depende de la totalidad del ambiente.

En 1845 P. F. Verhulst, un científico interesado en la matemática del crecimiento demográfico, introdujo un nuevo término para describir el modo en que una población se desarrolla en una zona cerrada. Este término, que vuelve no lineal la ecuación del crecimiento, era un modo simple y sagaz de calcular el impacto de todos los demás factores ambientales en la expansión demográfica.

Antes de introducir este ingenioso término, sin embargo, es preciso realizar ciertas precisiones matemáticas. Hasta ahora no hemos impuesto un límite máximo al tamaño de X (la población del año anterior). Pero para poder comparar diversas poblaciones y hacer más regular este cálculo, los matemáticos efectúan un truco que denominan normalización. Es un modo útil de comparar poblaciones de diverso tamaño. En esencia, la población está representada por un número que puede variar entre 0 y 1. X_n = 1 representa la máxima población posible, 100 por ciento. X_n = 0,5 representa la mitad de ese valor, el 50 por ciento. No importa si hablamos de una población de varios centenares de lagartas o de decenas de miles de bacterias. Sólo nos interesa comparar la población del año anterior con la de este año; es decir, mirar las tasas demográficas.

El truco de la normalización (permitir que X_n, X_{n+1}, X_{n-1} varíen sólo entre 0 y 1) tiene el efecto de simplificar los cálculos matemáticos.

Volvamos a la ecuación de Verhulst. En vez de la simple ecuación demográfica

$$X_{n+1} = NX_n$$

él añadió un término, $(1 - X_n)$.

El lado derecho de la ecuación ahora contiene dos términos rivales, X_n *y* $(1 - X_n)$. Al crecer X_n , el término $(1 - X_n)$ disminuye. Para un X_n, muy pequeño, el $(1 - X_n)$ está muy cerca de 1, de modo que la ecuación de Verhulst luce muy similar a la ecuación demográfica original. ¿Pero qué ocurre cuando X_n crece, cuando se acerca a 1 ? Ahora el término $(1 - X_n)$ se aproxima a 0 y hace que el lado derecho de la ecuación disminuya: la tasa de natalidad cae (Figura 3.5). En otras palabras, estos dos términos funcionan en oposición, pues uno intenta extender la población y el otro reducirla.

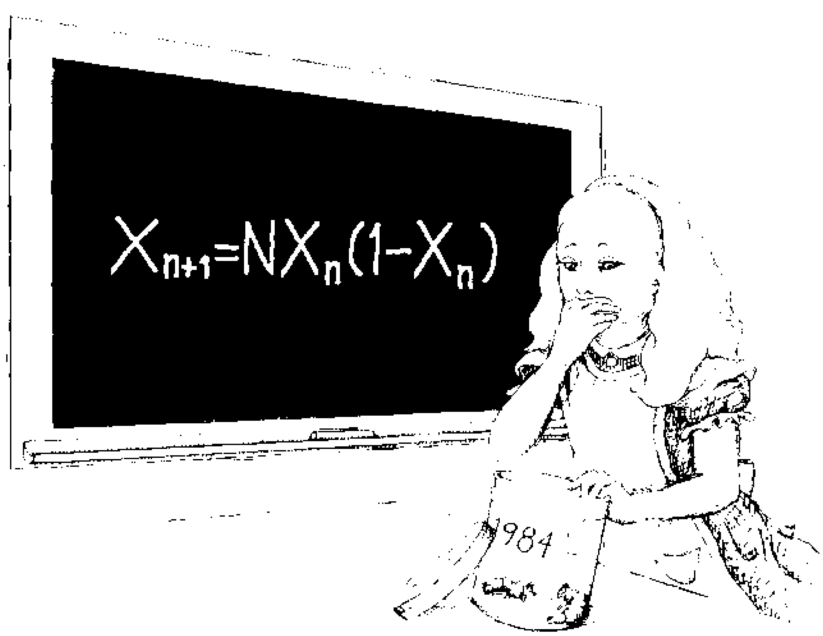
Digámoslo de otro modo. Sin el término de Verhulst, la ecuación describe un proceso en el cual la población de cualquier año es proporcional a la del año anterior: la relación es estrictamente lineal. La multiplicación de X_n, por el nuevo término $(1 - X_n)$ se puede escribir como

$$X_n - X_n \times X_n$$

En otras palabras, multiplicamos X_n, por sí mismo. Al multiplicar un término por sí mismo producimos realimentación o "iteración" y no linealidad. El crecimiento año a año depende ahora no linealmente de lo que sucedió antes.

La ecuación modificada de Verhulst tiene una multitud de aplicaciones. Los entomólogos han recurrido a ella para computar el efecto de las plagas en los huertos y los genetistas la usan para calibrar el cambio de frecuencia de ciertos genes en una población. Se la ha aplicado al modo en que se difunde un rumor: al principio un rumor se expande exponencialmente hasta que casi todos lo han oído. Luego la tasa decae velozmente, a medida que cada vez más personas dicen: "Ya lo conozco". La ecuación de Verhulst también se aplica a las teorías del aprendizaje. Lo que se aprende ahora está relacionado con la cantidad de información incorporada anteriormente. El aprendizaje primero aumenta, pero al cabo de un tiempo el estudiante se satura, de modo que los

Figura 3.5



nuevos esfuerzos sólo producen resultados mínimos.

La difundida aplicación de la versión no lineal de la ecuación demográfica tiene una implicación sorprendente: en todas las situaciones en las cuales se aplica la ecuación, acecha el potencial para el caos.

METAMORFOSIS NO LINEAL

Para demostrar la rica conducta caótica de la ecuación demográfica iterada, comencemos con una población de larvas de lagarta a la cual se ha impuesto una forma de control de la natalidad, por ejemplo rodándola con insecticida. Dando por sentado que estas criaturas no sufran mutaciones, la población de cada año disminuirá un poco respecto de la del año anterior. Si la tasa de natalidad N es 0,99, aun una población muy numerosa llegará eventualmente a 0. La colonia perece.

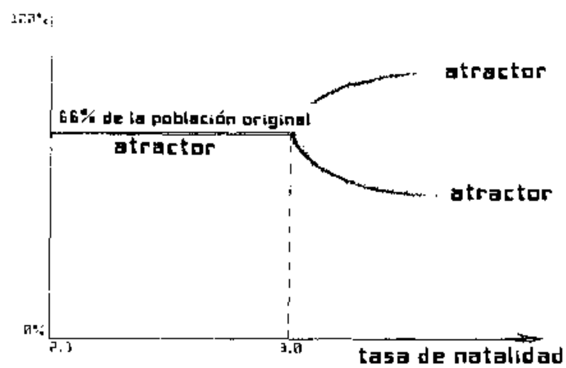
¿Pero qué ocurre cuando la tasa de natalidad es superior a 1, digamos de 1,5? Dado el factor no lineal de Verhulst, una población grande al principio declinará pero luego se acomodará en un valor constante de 2/3 o 66 por ciento de su tamaño original. Asimismo, una población inicial muy pequeña crecerá hasta el mismo límite de 2/3.

Cuando N (tasa de natalidad) es igual a 2,5, la ecuación muestra una ligera oscilación cuando los dos términos demográficos rivales entran en oposición, pero, después de eso, regresa la misma cifra constante de población. Parece que la cifra del 66 por ciento se ha convertido en atractor.

Subamos N a 2,98. ¿Qué ocurre ahora? La oscilación continúa por más tiempo pero eventualmente la población se acomoda en un 66 por ciento de su tamaño original: de vuelta al atractor.

Elevemos aun más el valor de N, la tasa de natalidad. Las oscilaciones duran cada vez más, pero eventualmente la población llega a un estable 0,66. Sin embargo, cuando la tasa de natalidad alcanza el valor crítico de 3,0, algo nuevo ocurre. En 0,66 el atractor se vuelve inestable y se divide en dos. Ahora la población comienza a oscilar alrededor de dos valores estables en vez de uno (Figura 3.6).

Figura 3.6



Traducido a términos reales, esto significa que la pequeña población de lagartas se reproduce fanáticamente, dejando una gran provisión de huevos para la próxima temporada. Pero en la temporada siguiente la región está excesivamente poblada, lo cual crea un efecto de reducción, de modo que los escasos insectos que sobreviven dejan pocos huevos para el próximo año. La población sube y baja entre valores altos y bajos. La conducta del sistema se ha vuelto más compleja (Figura 3.7).

Cuando elevamos la tasa de natalidad por encima de 3,4495, los dos puntos fijos se vuelven inestables y se bifurcan para producir una población que oscila alrededor de cuatro valores. Ahora la población de larvas es radicalmente diferente en cada uno de los cuatro años.

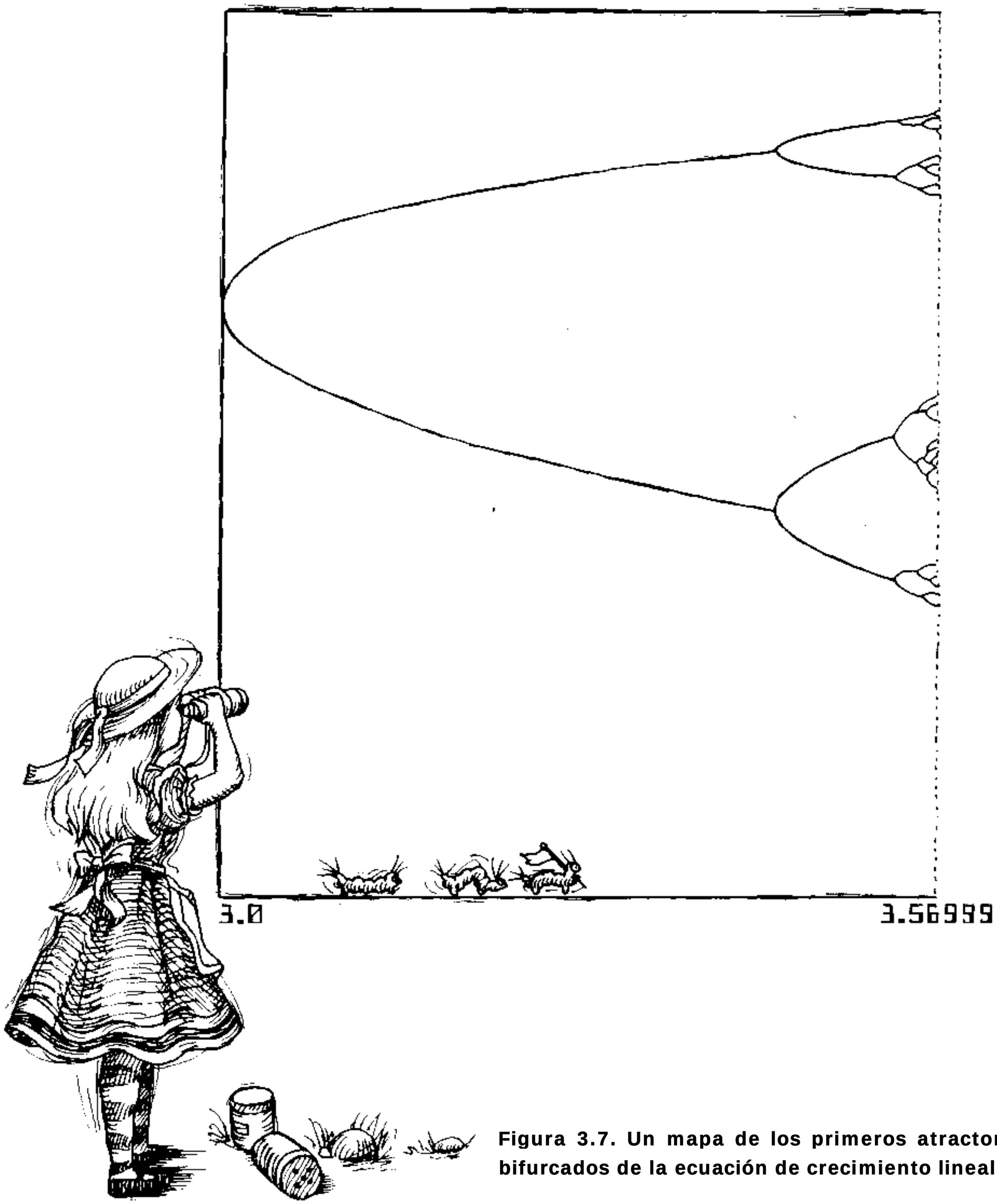


Figura 3.7. Un mapa de los primeros atractores bifurcados de la ecuación de crecimiento lineal.

Cuando la tasa de natalidad llega a 3,56 las oscilaciones se vuelven nuevamente inestables. En 3,596 tenemos otra bifurcación, esta vez con dieciséis atractores. Las cosas se están volviendo laberínticas. En este punto es casi imposible ver algún orden en el ascenso y descenso de la población de larvas de nuestro jardín. Año a año el número brinca de modo casi aleatorio y no podemos discernir el patrón. Finalmente, cuando la tasa de natalidad llega a 3,5699, el número de atractores ha aumentado hasta el infinito.

Robert May, un físico de Princeton que se ha dedicado a la biología, es una figura clave en la historia de cómo los científicos aprendieron acerca de lo que hoy se denomina "ruta hacia el caos mediante duplicación de períodos". Un período es el tiempo que un sistema tarda en regresar *a* su estado original. A principios de la década de 1970 May usó un modelo basado en la fórmula de Verhulst que le permitía aumentar o reducir la tasa de natalidad alterando el suministro de alimentos. May descubrió que el tiempo que tardaba el sistema en volver a su punto de partida se duplicaba en ciertos valores críticos de la ecuación. Al cabo de varios ciclos de período duplicado, la población de insectos de su modelo variaba al azar, al igual que las poblaciones de insectos reales, y no revelaba ningún período previsible para regresar a su estado original (Figura 3.8).

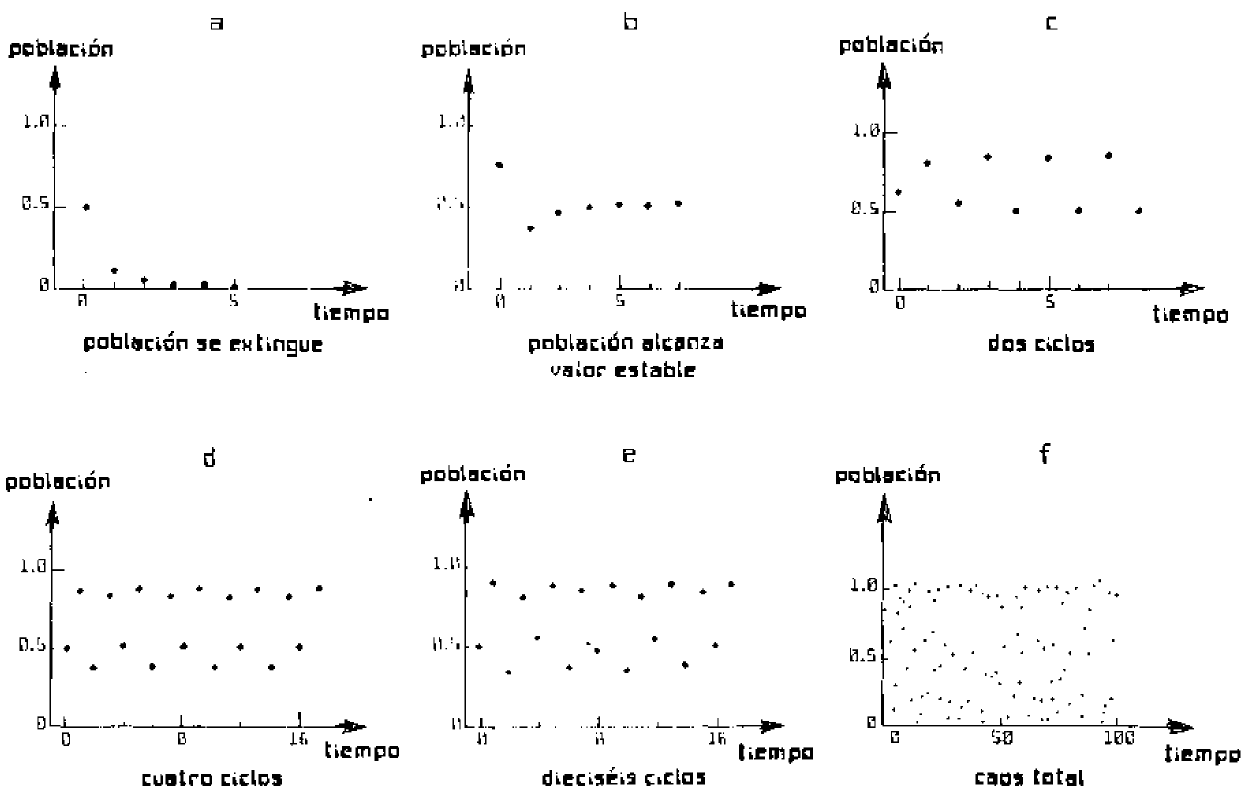


Figura 3.8. Una población que se reproduce muestra el efecto de la ruta hacia el caos por duplicación de períodos cuando se varía el suministro de alimentos. La población se puede extinguir deprisa (a) o alcanzar un tamaño equilibrado (b). Por otra parte, en ciertos valores críticos el sistema entero oscila (c, d, e). Más allá de otro valor crítico para el crecimiento, la población se eleva y desciende caóticamente (f).

Pero, al menos matemáticamente, la historia no termina allí. Los científicos han aprendido que esta extraña ruta hacia el caos contiene todo un circo de órdenes antes inimaginables. Varios son evidentes en la Figura 3.9, un gráfico generado por computación que representa la ecuación demográfica no lineal de Verhulst. El gráfico revela la estructura subyacente al caos, otra imagen del atractor extraño.

Ante todo, reparemos en las regiones oscuras llenas de puntos que representan la virtual infinitud de lugares donde se puede encontrar el sistema. En la gama de la tasa de natalidad que va de 3,56999 a 3,7 (entre a y b en la parte superior del gráfico) el sistema (cantidad anual de larvas) fluctúa imprevisiblemente dentro de cuatro amplias regiones de atracción y luego de dos. Estas regiones oscuras se aproximan hasta encontrarse donde apunta la flecha b. Aquí, en el orden del 3,7, la población (cantidad de larvas del jardín) podría tener casi cualquier valor, desde muy cerca de O hasta una cifra muy alta (representada en el diagrama por 1,0, en la esquina superior izquierda del gráfico), y de año a año la población brinca de manera loca e imprevisible. Sin embargo, sólo se llena la totalidad del espacio de fases cuando la tasa de natalidad llega a 4,0. El modo en que el gráfico se despliega en el cuadro sugiere que el caótico proceso mediante el cual se rellena el espacio de fases es en realidad extrañamente ordenado.

Segundo, reparemos en que las líneas oscuras forman parábolas dentro del abanico del caos. Estas líneas representan valores donde hay una probabilidad más alta de encontrar el sistema. Otra forma de orden dentro del caos.

Tercero, reparemos en las bandas verticales blancas esparcidas a través de la expansiva sombra del caos. Se trata de regiones —los físicos las llaman "ventanas"— donde el sistema se vuelve estable. Alrededor de b = 3,8 (indicado por el paréntesis c-d), por ejemplo, justo en el medio de este caos en expansión, la población se vuelve nuevamente previsible y aumenta en dos años sucesivos y decrece en el tercero. Pero si la tasa de natalidad (suministro de alimentos) se eleva un poco, la ventana se abre y vuelve el caos. Estos períodos de estabilidad y previsibilidad en medio de la fluctuación aleatoria reciben el nombre de "intermitencia".

INTERMITENCIA: EL EMPAREDADO DE CAOS

Estamos descansando, escuchando la radio, cuando de pronto una salva de estática interrumpe la música. No es inusitado que una breve pulsación de ruido interfiera con la recepción de una radio o televisor. Esta interferencia intermitente a menudo es causada por una fuente externa, como el taladro eléctrico del vecino o una tormenta que se aproxima. Pero también es posible que el ruido intermitente se genere dentro de los circuitos del amplificador. Científicos japoneses han descubierto que en los interruptores de superconducción —circuitos de alta eficacia donde no hay resistencia al flujo de electricidad— la intermitencia aumenta. Si se aumenta la corriente de la conexión, el período promedio entre los estallidos de ruido se acorta. Conclusión: el interruptor adopta la ruta del caos sin interferencia externa. Aparentemente

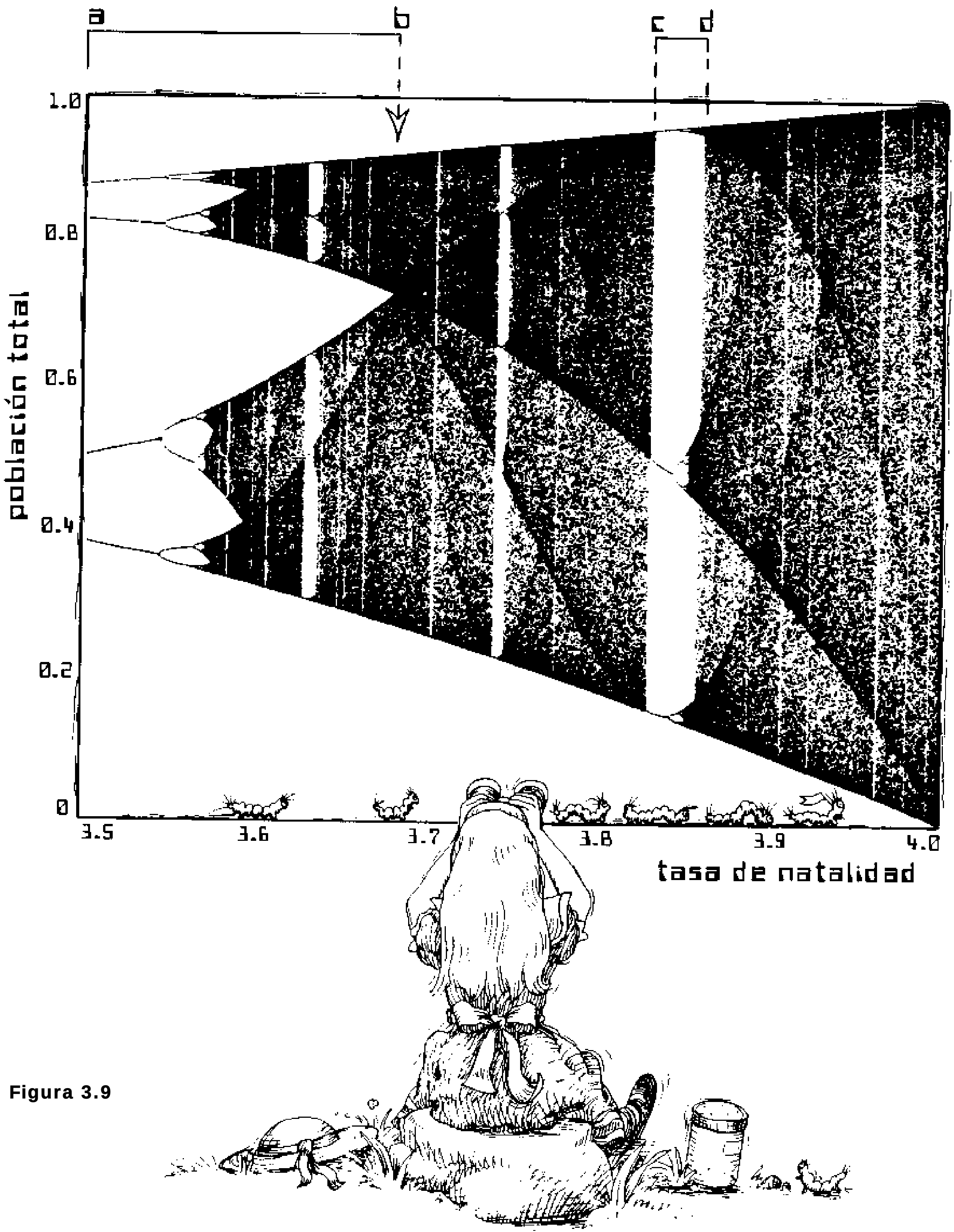

a
b
c
d
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
población total
3.5
3.6
3.7
3.8
3.9
4.0
tasa de natalidad

Figura 3.9

el mismo fenómeno afectó a una red de ordenadores que un contratista de defensa, la empresa TRW, había instalado en Europa. Un artículo del *New York Times* señalaba que la red empezó a exhibir una conducta extraña e imprevisible. Esto también ocurrió con una red de procesadores paralelos instalados por investigadores de Xerox, quienes hallaron que sus ordenadores producían resultados diferentes y aleatorios a partir del mismo cálculo. Los ingenieros llegaron a la conclusión de que el problema de estos sistemas no residía en el diseño, sino en algo inherente a la complejidad de las redes que contienen rizos de realimentación no lineal. Algunos científicos creen que estos estallidos de intermitencia revelan que las vastas redes de computación como las propuestas para el Sistema de Defensa Estratégica (conocido como "Star Wars" o "Guerra de las galaxias") o la monitorización de alta tecnología de los negocios de Wall Street siempre están sujetos a espasmos de caos. El caos es como una criatura dormida en las honduras de un sistema ordenado. Cuando el sistema alcanza un valor crítico, el monstruo dormido saca su rugosa lengua.

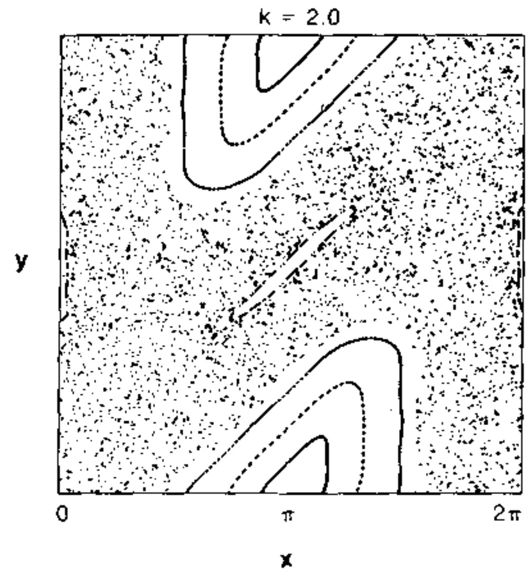
La intermitencia funciona en ambos sentidos; vive en ambos lados del espejo. Pensemos en ella como en islas de orden en un mar de azar o como el siseo del azar interrumpiendo la tersa emisión del orden. Casi podríamos pensar en la intermitencia como en una "memoria" que opera en los sistemas no lineales: la memoria que tiene el sistema de su ciclo límite o sus atractores periódicos originales. Una iteración sucede a otra a medida que el caos (o el orden) se desplazan por el espacio de fases. Pero en las regiones de intermitencia el viejo orden (o caos) resurge momentáneamente y las iteraciones que generaban caos (orden) producen momentáneamente regularidad (o caos).

La intermitencia muestra que la gama entera del orden, desde las oscilaciones simples hasta la complejidad de todo el caos, pueden estar presentes en un sistema, con cada extremo aflorando alternativamente. El fenómeno plantea profundos interrogantes. ¿En qué medida muchas formas diferentes del orden se entrelazan en los sistemas reales? ¿Los órdenes simples y el caos de un sistema son rasgos de un proceso indivisible? La intermitencia sugiere que sí.

Una forma importante de la intermitencia es el ruido de baja frecuencia. Este tipo de intermitencia, que no es sólo un desagradable defecto de los amplificadores electrónicos, se ha observado en el flujo de la corriente a través de películas de metal y carbono, de semiconductores, de tubos de vacío, de diodos y de ciertos transistores. El voltaje de las células eléctricas y las corrientes de convección del líquido están sometidos a pequeños borbotones de ruido en las frecuencias bajas, y se cree que la intermitencia de frecuencia baja es la causa del desquiciamiento de las membranas nerviosas. La duración del día terrestre también es intermitente. Nuestro día es el resultado de la rotación del planeta sobre su eje, con lo cual el sol debería estar sobre nuestras cabezas cada veinticuatro horas. Sin embargo, hay un ligero "tambaleo" en esta regularidad que se produce en un ciclo de cinco días. ¿Es otro ejemplo de ruido caótico interfiriendo con las oscilaciones regulares de los sistemas no lineales del universo, una sombra de la entrelazada complejidad que yace detrás de sistemas aparentemente simples?

Pensemos por un momento a la inversa. ¿Podría la intermitencia ser una imagen invertida de nuestro lugar en el universo? Habitualmente vemos el cosmos desde el punto de vista del orden (es decir, en términos de órdenes relativamente simples). Cuando nuestro día "tambalea" o cuando la radio escupe estática, imaginamos estos fenómenos como alteraciones de la estructura que rige el universo que habitamos. Pero la teoría del caos sugiere que también es viable ver las cosas desde el otro lado del espejo. Podemos imaginar el orden como una mera isla de intermitencia en medio de un atractor extraño, o caótico, del tamaño del universo.

Figura 3.10. Otro gráfico por computación de un sistema de período doble, mostrando islas de orden en medio de un mar de caos. El gráfico muestra otra faceta del atractor extraño.



UNIVERSALIDAD

En el verano de 1975, mientras estudiaba diversas ecuaciones de período doble, el físico Mitchell Feigenbaum del Laboratorio Nacional Los Alamos hizo un descubrimiento relevante para la teoría del caos. Usando una calculadora de bolsillo, puso a prueba una clase entera de ecuaciones y encontró una escala universal en sus transformaciones de duplicación de períodos. Las ecuaciones que exploraba Feigenbaum se aplican a fenómenos tan diversos como los circuitos eléctricos, los sistemas ópticos, los aparatos de estado sólido, los ciclos de negocios, las poblaciones y el aprendizaje.

Feigenbaum demostró que los detalles finos de estos diversos sistemas no importan, que la duplicación de períodos es un factor común en el modo en que el orden se desintegra en caos. Pudo calcular unos pocos números universales que representaban proporciones en la escala de puntos de transición durante el proceso de duplicación del período. Descubrió que cuando un sistema funciona sobre sí mismo una y otra vez, presenta cambios exactamente en estos puntos universales a lo largo de la escala.

Así como se inmortalizaba a los exploradores bautizando con sus nombres las montañas o ríos que cruzaban, los científicos dejan su marca en el paisaje abstracto de las leyes naturales. Las proporciones descubiertas por Mitchell Feigenbaum hoy se denominan números de Feigenbaum.

Munidos con estos números y el conocimiento de la duplicación de períodos, los científicos de todo el mundo pronto comenzaron a hallar el caos por doquier.

En el MIT, el físico médico Richard J. Cohen y sus colegas diseñaron una simulación por computación de los ritmos cardíacos y descubrieron que la duplicación de períodos es un indicio de la proximidad de un ataque cardíaco. En un corazón normal, las pulsaciones eléctricas se difunden regularmente a través de las fibras musculares que obligan al ventrículo a contraerse y bombear sangre. Cuando las fibras musculares están contraídas, son impermeables a las señales eléctricas. Los físicos denominan tiempo refractario a este período. Según la teoría, las variaciones en tiempo refractario entre una zona del ventrículo del corazón y otra son la causa de la fibrilación, la espasmódica vibración de un ataque cardíaco.

Para verificar esta teoría, Cohen y su equipo variaron los tiempos refractarios de su modelo del corazón y descubrieron que los problemas empezaban cuando un grupo de fibras musculares cardíacas tenía un tiempo refractario más largo que el intervalo entre palpitaciones cardíacas. A causa de su tiempo refractario, estas fibras cardíacas no sincronizadas se podían estimular para contraerse sólo cada tantas palpitaciones. En consecuencia, los impulsos eléctricos del corazón en contracción se despedazaban alrededor de estas fibras demoradas como el agua que rodea una roca y causa turbulencia. Al incrementarse ligeramente los tiempos refractarios de unas pocas fibras, el corazón entero duplicaba sus períodos hasta que, más allá de un valor crítico del tiempo refractario, surgía un caos muscular total en el corazón.

En la Universidad McGill de Montreal, el fisiólogo León Glass usó un grupo de células cultivadas de pollo que palpitaban espontáneamente y las estimuló periódicamente. El resultado fue que el tiempo entre las palpitaciones regulares se duplicó una y otra vez hasta alcanzar el caos.

Alvin Saperstein, un físico del Centro para la Paz y Estudios de Conflicto de la Universidad Estatal de Wayne, Detroit, ha realizado un estudio preliminar de la carrera armamentista que desembocó en la Segunda Guerra Mundial. Piensa que las cifras sugieren que la proporción de armamentos entre la Alemania nazi y la Unión Soviética sufrió una duplicación de períodos que llegaba a la región caótica cuando estalló la guerra. Enfatiza que su modelo todavía es muy tosco.

También se ha descubierto la duplicación de períodos en ciertas reacciones químicas como la reacción Belousov-Zhabotinsky, una combinación de agentes químicos que parece crecer como una forma de vida celular. Belousov-Zhabotinsky (como veremos en el *Capítulo 3,* en el otro lado del espejo) sugiere que la ruta al caos puede ser simultáneamente una ruta hacia el orden.

Está demostrado que el crecimiento de la turbulencia tal como lo retrató Leonardo también puede acontecer por duplicación de períodos. El científico italiano Valter Franceschini confirmó los números de Feigenbaum cuando utilizó un ordenador para analizar cinco ecuaciones que daban un modelo de la turbulencia en los fluidos. Tras descubrir la duplicación de períodos en 1976, Feigenbaum no había podido publicar sus artículos sobre el fenómeno porque los editores de las revistas científicas consideraban que el concepto era demasiado extravagante. En 1979 un colega de Franceschini que conocía la teoría de Feigenbaum sugirió al científico italiano que buscara los números de Feigenbaum en las ecuaciones que estaba estudiando. Cuando Franceschini revisó los cálculos, halló los universales de Feigenbaum.

Poco después, dos científicos franceses, Alfred Libchaber y Jean Maurer, confirmaron experimentalmente la intuición *de* Feigenbaum, aunque en esa época no conocían el trabajo de éste. En el laboratorio descubrieron una simetría en el caos de la inestabilidad de Bénard. La hallaron calentando helio líquido dentro de una caja de acero inoxidable de un milímetro. Incrementando lentamente la tasa térmica y midiendo las corrientes de convección, los dos investigadores registraron un patrón de oscilaciones bifurcadas que seguía exactamente la ruta de la duplicación de períodos.*

La ruta de la duplicación de períodos nos lleva hacia las honduras del espejo turbulento; tenemos un nuevo atisbo del atractor extraño y nos rodea una selva de interrogantes. ¿Cómo funciona la duplicación de períodos? ¿Cómo produce (o refleja) el afloramiento del caos y la expresión de la aparente integración que existe entre el caos y el orden? ¿Qué es el atractor extraño?

Encontramos algunas de las respuestas en el fenómeno de la iteración.

---

* Los experimentos se realizaron poniendo el helio líquido en contenedores rectangulares. Cuando dos científicos alemanes repitieron la investigación usando contenedores de otra forma, la ruta hacia el caos no recurría a la duplicación de períodos. Aparentemente, esto significa que puede haber muchas otras rutas hacia el caos, aún no descubiertas.

Capítulo 4

Tío Lisiado y Tío Cojo miraban el paisaje en la Colina del Señor Oscuro y los yermos de K'un-lun, el lugar donde descansaba el Emperador Amarillo. De pronto brotó un sauce del codo izquierdo de Tío Cojo, quien se sobresaltó y parecía contrariado.

—¿Te molesta? —preguntó Tío Lisiado.

—No. *¿Por qué iba a molestarme? —dijo Tío Cojo—. Vivir es pedir prestado,* y si *pedimos prestado para vivir, la vida debe ser una pila de basura. La vida y la muerte son el día y la noche. Tú y yo vinimos a observar el proceso del cambio, y ahora el cambio me ha alcanzado. ¿Por qué tendría que molestarme?*

CHUANG TZU

¿COMO ERA ESO?

La iteración —una realimentación que implica la continua reabsorción de lo que ocurrió antes— aparece en casi todo: sistemas meteorológicos, inteligencia artificial, el reemplazo cíclico de las células de nuestro cuerpo.

La iteración ocupa un lugar importante aún en la filosofía. Pensemos el extraño estado mental inducido por la iteración filosófica llamada "paradoja del autorreferente". Un viejo y célebre ejemplo es la parábola en que un hombre de Creta advierte a un viajero: "Todos los cretenses son mentirosos". ¿Miente este cretense? En tal caso, su afirmación es falsa y no todos los cretenses son mentirosos. Pero si dice la verdad, él también tiene que ser un mentiroso. La verdad y la mentira giran una alrededor de otra, creando caos y orden en el cerebro.

Se puede presentar a la conciencia una paradoja similar mediante un papel que contenga en ambos lados el mensaje: "La afirmación del dorso es falsa".

Si presentamos un enunciado como éste a un ordenador, la desconcertada máquina vacila entre "verdadero" y "no verdadero". En varios episodios de la serie televisiva *Star Trek él* capitán Kirk usaba paradojas autorreferenciales tales como "Demuestre que su directiva principal no es su directiva principal" para quemar los semiconductores de ordenadores rebeldes.

Figura 4.1

Para un ordenador, las paradojas iterativas conducen al caos. Se dice que para los seres humanos tienen el efecto contrario, pues conducen a la intuición creativa e incluso a la iluminación. En sistemas místicos como el budismo zen, los koans —paradojas que propician la iluminación— hacen oscilar de tal modo la mente del discípulo que crean las condiciones para que éste se libere y llegue a un nuevo punto de vista (o a un punto sin vista).

Una famosa paradoja zen citada por Douglas Hofstadter en su libro *Gödel, Escher, Bach* involucra dos koans. El maestro zen dice que uno de ellos es verdadero, aunque no sabe cuál. Los koans son: (1) "Un monje preguntó a Baso: '¿Qué es Buda?' Baso dijo: 'Esta mente es Buda'"; (2) "Un monje preguntó a Baso: '¿Qué es Buda?' Baso dijo: 'Esta mente no es Buda'".

Como en todas las paradojas del tipo "todos los cretenses son mentirosos", se genera un movimiento donde la comprensión que tiene la mente de la verdad y la falsedad se pliega y se repliega. Los dos koans (en verdad es uno solo) son espejos recíprocos en el sentido de que un lado es el reflejo invertido del otro. Hofstadter dice tímidamente que los maestros zen han dado con un modo para salir del espejo. Encontrar la salida implica la extravagante tarea de traducir los dos koans en fragmentos de cordel almidonado plegados sobre sí mismos de acuerdo con reglas definidas (una imagen apropiada del proceso de plegamiento de la iteración). Algunas de estas reglas de traducción vuelven el cordel más complejo, otras lo simplifican. Una vez que se han efectuado todos los pliegues, el discípulo zen ve cuál koan es el verdadero. Sin embargo, en clásico estilo zen, Hofstadter complica las cosas mostrando que también es simultáneamente imposible encontrar el koan verdadero mediante este método de plegamiento.

El lógico G. Spenser-Brown ha sugerido que, dado que una paradoja reingresa constantemente en sí misma, cada iteración es como un tic tac de reloj. Según él, tales paradojas cumplen la función de introducir el tiempo en la lógica, lo cual incluye la lógica de la matemática y la mayoría de los procesos importantes del pensamiento. Algunos de estos procesos importantes abarcan el lenguaje, que es un dispositivo superlativamente circular y autorreferencial. Quien haya intentado buscar palabras difíciles en un diccionario comprende de qué se trata. Por ejemplo, la palabra *tiempo* es definida con palabras tales como *período e instante.* ¿Pero qué significan estas palabras? Al buscarlas, volvemos eventualmente a la palabra *tiempo.*

La autorreferencia también se manifiesta en los sistemas biológicos, donde el resultado puede evocar el Zen. Al menos eso es lo que cree el biólogo teórico Howard Pattee. Pattee piensa que, mientras los ordenadores oscilan de modo suicida cuando quedan atrapados en una paradoja autorreferencial, los sistemas biológicos emplean la autorreferencia para la estabilidad e incluso pueden utilizarla para catapultarse hacia formas más elevadas.

Tomemos las bacterias, por ejemplo. Estas primigenias formas de vida terrestre no tienen núcleo celular. Se reproducen dividiéndose y haciendo copias de sí mismas. Las bacterias también tienen la capacidad de transferirse —mediante un proceso que no es la reproducción— fragmentos de materia genética. Esto significa que todas las bacterias del mundo tienen acceso a los depósitos genéticos de las demás. Mediante una iteración constante del material genético, las bacterias se pueden adaptar rápidamente a condiciones cambiantes. La desventaja de esta forma biológica de la autorreferencia es que no hay verdaderos individuos entre las bacterias, sólo diferentes especies de clones formados por realimentación cuando las bacterias hacen copias.

Hace millones de años, la naturaleza puede haber usado esta forma de paradoja autorreferencial con gran provecho, como modo eficaz de propagar la vida por el planeta. La desventaja es que la complejidad de las formas de vida que se pueden hacer con este método tiene un límite. Según una teoría (que exploraremos en el *Capítulo* 3), la iteración de las bacterias se diseminó por la tierra y creó condiciones caóticas a partir de las cuales surgió un nuevo rizo autorreferencial relacionado con la reproducción sexual. Esto indujo un nuevo y dinámico nivel de desarrollo evolutivo.

En su libro sobre la evolución microbiana, *Microcosmos,* Lynn Margulis y Dorion Sagan dicen que ahora está surgiendo un nuevo rizo: "En uno de los gigantescos rizos autorreferenciales de la vida, el cambio del ADN [que aconteció cuando surgió la reproducción sexual] condujo a la conciencia que ahora nos capacita [mediante la ingeniería genética] para cambiar el ADN".

Varias teorías físicas insinúan que en el nivel más pequeño, y presumiblemente más elemental, de la materia también se producen iteraciones autorreferenciales. Las partículas elementales se generan mediante un proceso constante de creación y destrucción a partir del estado de vacío. Esto significa que la entidad última del reduccionismo, el llamado ladrillo de la naturaleza, debe su estabilidad no a una permanencia pétrea ni a su cantidad estática, sino a una cualidad de ciclo dinámico o proceso en el cual la partícula constantemente se despliega y se pliega dentro de su campo cuántico.

La iteración sugiere que la estabilidad y el cambio no son opuestos sino reflejos mutuos. Pensemos en las células de nuestro cuerpo. Cada siete años son totalmente recicladas, iteradas. El páncreas reemplaza la mayoría de sus células cada veinticuatro horas, la pared del estómago cada tres días. Aun en el cerebro, el 98 por ciento de la proteína se recicla cada mes. Pero aunque cambiamos constantemente, en lo esencial somos los mismos.

Como el mago Merlín, que podía cobrar diversas formas —niño, pájaro, anciano— la iteración obra su magia una y otra vez en la ciencia del cambio. Todo es generado por ella, desde la estabilidad hasta el azar y el tiempo.

MULTIPLICANDO LA DIFERENCIA

El honor de ser el primero en discernir cómo la iteración genera *caos* corresponde a Edward Lorenz, un meteorólogo del MIT.

En 1960, Lorenz estaba usando su ordenador para resolver varias ecuaciones no lineales que constituían un modelo de la atmósfera terrestre. Al revisar un pronóstico para corroborar algunos detalles, se concentró en sus datos sobre temperatura y presión del aire y dirección de los vientos, redondeando las cifras de las ecuaciones hasta tres lugares

decimales en vez de los seis que había utilizado en su operación anterior. Introdujo la operación en el ordenador y fue a buscar una taza de café. Cuando regresó sufrió una conmoción. El nuevo resultado que veía en la pantalla no era una aproximación a su pronóstico anterior, sino un pronóstico totalmente distinto. La pequeña discrepancia de tres lugares decimales entre las dos soluciones había sido magnificada por el proceso iterativo involucrado en la resolución de las ecuaciones. Se quedó con una imagen de dos sistemas meteorológicos totalmente distintos.

Luego declaró a la revista *Discover.* "Entonces supe que si la atmósfera real se portaba así [como este modelo matemático], los pronósticos meteorológicos de largo plazo eran imposibles".

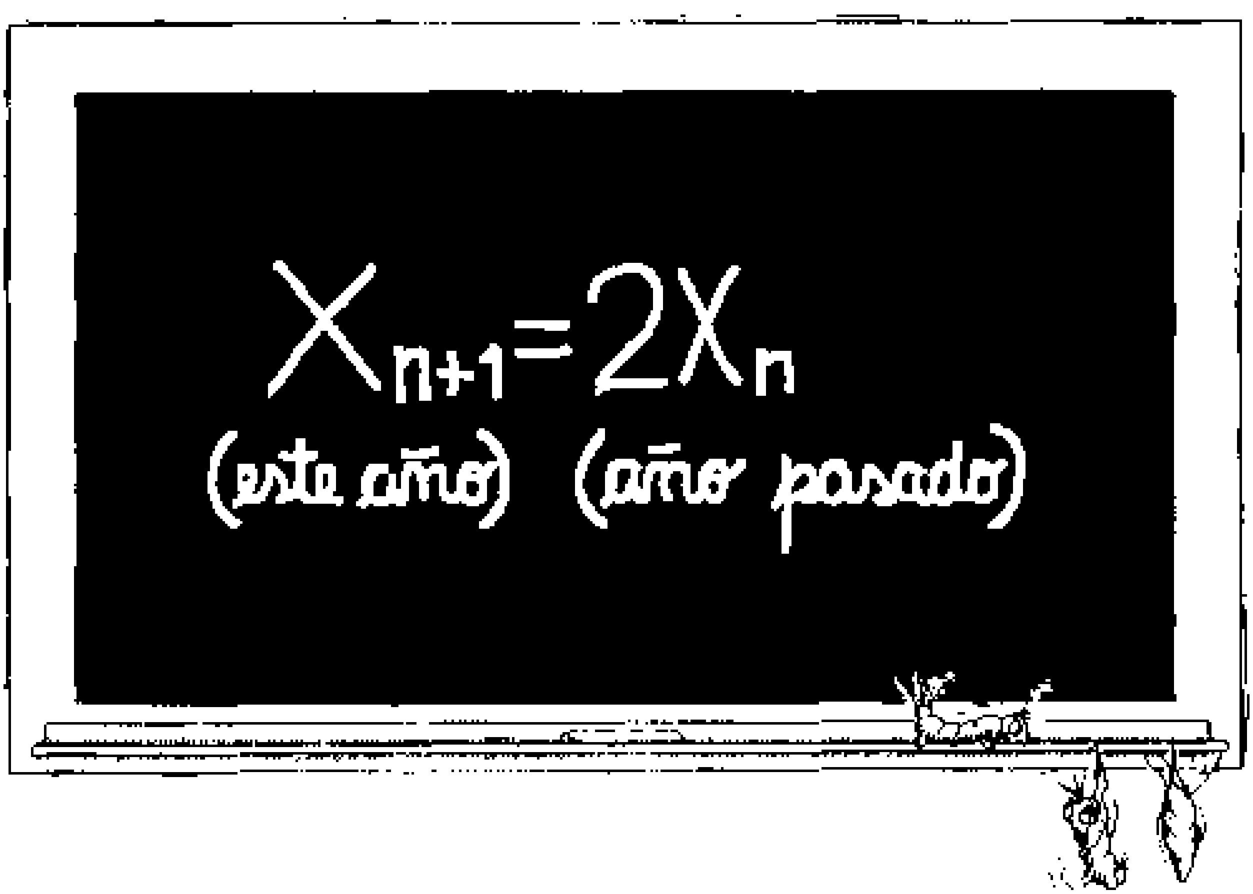
Lorenz había advertido de inmediato que la microscópica diferencia de tres lugares decimales en las dos operaciones se había magnificado mediante la combinación de la no linealidad con la iteración. Esos resultados tan distintos evidencian que los sistemas dinámicos no lineales complejos tales como el tiempo climático son tan increíblemente sensibles que el menor detalle puede afectarlos. Como reza el nuevo aforismo, el efecto de una mariposa que aletea en Hong Kong puede crear una borrasca en Nueva York. De pronto Lorenz y otros científicos comprendieron que en los sistemas dinámicos deterministas (causales), el potencial para generar caos (imprevisibilidad) está agazapado en cada detalle.

Al principio puede parecer injusto, o al menos exagerado, decir que un sistema metereológico es caótico sólo porque no podemos predecirlo. Si nuestra aptitud para predecir es defectuosa, ;no es porque no tenemos todos los detalles necesarios o no tenemos la ecuación apropiada? La respuesta es no. Lorenz había visto que a causa de la naturaleza iterada de las ecuaciones no lineales (que representan la naturaleza interconectada de los sistemas dinámicos), ninguna cantidad de detalles adicionales contribuirá a perfeccionar la predicción.

Para comprender por qué, hagamos una pequeña demostración de lo que ocurre en las iteraciones. La demostración implica la manipulación de algunos números, pero no hay por qué asustarse pues no se trata de matemática de alto nivel. Sólo nos interesa seguir los patrones que muy pronto serán manifiestos.

Duplicar un numero es muy simple. Recordemos la primera ecuación (de crecimiento exponencial) que Alicia había hallado en su pizarra.

Figura 4.2



La ecuación dice que la cosecha de este año duplica la del año anterior. Si X, la cosecha del primer año, es 1, la cosecha del año siguiente, X_{n+1} será 2. La ecuación genera la secuencia para los siguientes años: 2, 4, 8, 16, 32, 64 ... (Los puntos suspensivos indican que la secuencia continúa para siempre.)

O, al empezar con X_1 = 1,5 tenemos esta secuencia para los siguientes años: 3, 6, 12, 24,48...

Hasta ahora todo es muy claro. Pero recurramos a uno de esos trucos matemáticos para generar algunas series numéricas largas y compararlas

como gustemos. El truco es el siguiente: continuar duplicando el número pero eliminar el entero y conservar los decimales. Por ejemplo, si X_1 (el primer año) = 0,9567, entonces $2X_n$ (es decir X_2, el año próximo) = 1,9134. Empleando la estratagema matemática, ahora eliminamos el entero, de tal modo que X_2 = 0,9134.

Veamos qué clase de serie obtenemos empezando con X1 = 0,5986 ... La serie es: 0,1972..., 0,3944..., 0,7888..., 0,5776..., 0,1552..., 0,3104..., 0,6208..., 0,2416..., 0,4832..., 0,9664..., 0,9328..., 0,8656..., 0,7312..., 0,4624..., 0,9248...,0,8496...

Parece ser una secuencia numérica aleatoria, como si la iteración condujera al caos. Pero examinemos este fenómeno con mayor atención.

Si ocurre que X_1 contiene un orden inicialmente simple en el modo en que se repiten sus dígitos decimales, entonces se hallará un patrón igualmente simple durante la iteración. Por ejemplo, si X_1 = 0,707070, la iteración genera el patrón 0,414141, 0,828282, 0,656565, 0,313131, 0,626262, 0,252525, 0,505050, 0,010101, 0,020202, 0,040404, 0,080808, 0,161616, 0,323232, 0,646464, 0,292929, 0,585858, 0,707070...

Al cabo de diecisiete iteraciones regresamos al número original; el ciclo se repite una y otra vez.

Si escogemos un número con un patrón más complejo, creamos un ciclo aun más largo antes que la serie se empiece a repetir. Pero, si los números iniciales son racionales, el patrón eventualmente se repetirá. Recordemos que los números racionales son aquellos que se pueden expresar en términos de una razón de enteros como 1/2, 2/3, 3/4 y por tanto siempre tienen una forma decimal finita (1/2 = 0,5; 164 = 0,25) o infinita (= 01010101). Cuando se introducen números racionales en esta simple iteración de duplicación numérica, ellos siempre generan patrones ordenados.

¿Pero qué ocurre con los números irracionales, que no se pueden expresar como una razón de enteros? Su expresión decimal no contiene ningún orden; cada dígito aparece al azar. Los matemáticos han verificado que un número irracional como pi se puede calcular hasta muchos millones de decimales sin que se manifieste ninguna repetición. Parece irónico que pi, el número usado para calcular la circunferencia de lo que muchos consideran el objeto más perfecto y ordenado de nuestra imaginación, el círculo, no se pueda calcular con exactitud. Aun en el mundo euclidiano, el orden y el caos van de la mano.

¿Qué sucede cuando un número irracional se utiliza como cifra inicial de nuestra secuencia de duplicación numérica? El resultado es una serie numérica infinita que no contiene ningún orden visible. Cada número nuevo aparece al azar. El caos parece florecer desde la irracionalidad implícita en el número original. De hecho, la simple ecuación de crecimiento exponencial, o ecuación de duplicación numérica, es un modo de producir series de números aleatorios en un ordenador. Se podría pensar que el caos y el azar se están *desplegando* a partir de la infinita complejidad contenida en el número irracional original.

Una asombrosa propiedad de las ecuaciones iterativas es su extrema sensibilidad a las condiciones iniciales. Si X, en la ecuación de duplicación numérica, sufre una leve alteración, la secuencia pronto difiere de la original. Esta propiedad fue la que Lorenz descubrió en sus cálculos meteorológicos. En el siglo diecinueve, los científicos entendían que un pequeño error en los datos iniciales se podía compensar, o que a lo sumo produciría un efecto pequeño. Pero cuando tenemos *iteración,* los errores pequeños se amplifican rápidamente.

Pensemos en el número racional 0,707070. ¿Qué ocurre si cometemos un leve error en el cuarto lugar decimal, un error de 1/10 por ciento, y escribimos 0,707170?

En la primera iteración el error es ínfimo. En vez del 0,414141 que obteníamos en la secuencia original, la nueva serie comienza con 0,414341. La segunda iteración agranda el error. En vez de 0,828282 obtenemos un segundo término de 0,828682. Para el resto de la secuencia, en vez *de* los números originales (0,656565, 0,313131, 0,626262, 0,252525, 0,505050, 0,010101, 0,020202, 0,040404, 0,080808) tenemos 0,657365, 0,314631, 0,629462, 0,258924, 0,517849, 0,035698, 0,071396, 0,142792, 0,285584. En la undécima iteración el leve error ha cobrado tales proporciones que la nueva serie difiere totalmente de la original. La serie original se repetía a sí misma después de diecisiete números. La nueva serie no sigue este patrón.

La iteración revela la extrema sensibilidad de la ecuación a sus condiciones iniciales, sus números iniciales. Esta sensibilidad se aplica por igual a los números racionales e irracionales cuando se los itera en ecuaciones no lineales.

Pero no sólo los números se comportan así. Los científicos observan la misma dinámica en los fluidos. El destino final de un pequeño remolino de sangre en la corriente sanguínea es excepcionalmente sensible a su posición inicial. Los puntos vecinos de la sangre pueden continuar fluyendo lado a lado, pueden oscilar unos alrededor de otros o terminar en partes muy diferentes del fluido. Aun nuestro envejecimiento se puede encarar como un proceso donde la iteración constante de nuestras células al fin introduce un plegamiento y una divergencia que altera nuestras condiciones iniciales y lentamente nos desintegra: somos atraídos hacia la muerte por lo que podríamos considerar el máximo atractor extraño.

En el mundo físico, los diversos sistemas exhiben diversos grados de sensibilidad a las iteraciones que sufren. Cierto diseño de ala de avión produce una rápida magnificación de la fluctuación que crece alrededor de los cristales de hielo de la superficie del ala, una magnificación tan veloz que puede crear una turbulencia que causará un accidente. Otros diseños, sin embargo, son inmunes a esas condiciones. Como vimos en la duplicación de períodos, la iteración produce estabilidad a determinada razón, pero cuando la razón supera ciertos valores el sistema se derrumba en el caos. Aunque, como descubrió Feigenbaum, la escala de valores críticos es la misma para muchos sistemas, cada sistema sufre sus propias condiciones no lineales donde las iteraciones comienzan a desbocarse.

El movimiento del tipo de iteración no lineal que hallamos en tantos sistemas se puede visualizar como un panadero que soba la masa para preparar pan. Con los puños el panadero estira la masa y la pliega sobre sí misma, repitiendo esta actividad una y otra vez. De hecho, los matemáticos dicen que la iteración de una ecuación no lineal produce la "transformación del panadero". Esta transformación desplaza puntos contiguos de la masa, alejándolos unos de otros. Una serie de hilos elásticos situados en la masa eventualmente se estirarán y plegarán formando un patrón complejo e imprevisible (y por tanto caótico). Matemáticamente, este proceso de estiramiento y plegamiento cobra la forma de un atractor extraño.

La transformación del panadero rige la ecuación del crecimiento. La fórmula de Verhulst se guía por el dinamismo de dos efectos opuestos, el factor de estiramiento (X_n) y el factor de plegamiento ($1 - X_n$). De este modo el resultado de la iteración previa se convierte en punto de partida de la siguiente.

ESTIRAMIENTOS

Ciertas ecuaciones —tales como la ecuación de crecimiento con el término no lineal adicional de Verhulst— indefectiblemente generan una secuencia totalmente caótica con determinismo total, lo cual significa que podemos determinar todos los términos que entrarán en la ecuación. No obstante, los cálculos que resultan de esta iteración son una especie de estafa, pues se efectúan en un ordenador o, peor aun, en una calculadora de bolsillo. Este dato nos dice algo muy significativo acerca del caos.

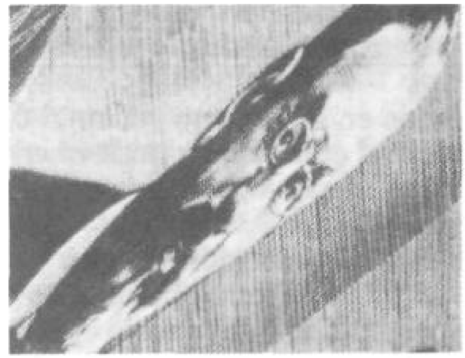
Los ordenadores suelen llevar sus cálculos hasta dieciséis lugares decimales. De ese modo, con cada operación simple siempre hay un redondeo. Por ejemplo, si el número 5 aparece en el lugar decimal decimosexto, puede ser porque los lugares decimosexto y decimoséptimo eran ...49 ó ...51. La incertidumbre acerca del valor real del dígito del lugar decimosexto es tan pequeña que no suele preocupar a nadie. Una calculadora de bolsillo sólo llega hasta ocho lugares decimales, y el último lugar rara vez es necesario.

Pero en las ecuaciones iterativas del cambio, donde los resultados de cada etapa del cálculo se introducen en el siguiente (representando la realimentación que existe en los sistemas reales tales como el flujo de los fluidos), la incertidumbre inicial acerca del lugar decimal decimosexto comienza a acumularse y distorsiona los resultados de cada iteración. Al cabo de cincuenta rondas de estiramiento y plegamiento en el lecho de Procusto de las iteraciones, la incertidumbre es tan seria que frustra el cálculo. Aunque las iteraciones son deterministas, el error de redondeo explota las limitaciones del ordenador y quita sentido a cualquier predicción.

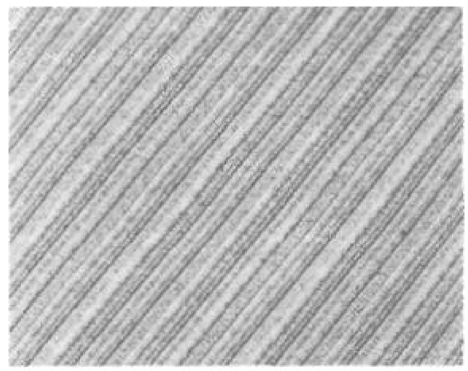
Pero supongamos que usamos un ordenador más grande para ocupar más lugares decimales. Supongamos que construimos un ordenador tan

N = 0

Figura 4.3. El estiramiento y el plegamiento del cambio están ilustrados en este mosaico, creado por computación, que muestra al padre del caos moderno, Henri Poincaré. La imagen de Poincaré fue digitalizada por el físico James Crutchfield para que se pudiera estirar matemáticamente como si estuviera pintada sobre una lámina de goma. Crutchfield usa la imagen para mostrar cómo la realimentación positiva o iteración puede transformar cosas. Mediante la iteración de la fórmula, la imagen de Poincaré se estira diagonalmente sobre la lámina, y la parte sobrante se reinserta en el otro lado. El número que hay sobre cada panel indica la cantidad de iteraciones realizadas. A medida que continúan las iteraciones, la cara de Poincaré se distribuye al azar hasta quedar totalmente homogeneizada. Sin embargo, al continuar la operación de plegamiento, puede ocurrir que algunos de los puntos se acerquen tanto a sus posiciones iniciales como para que la imagen reaparezca. En otras palabras, se produce una breve intermitencia de orden antes que el plegamiento iterativo vuelva a separar los puntos. La ecuación de Crutchfield hace que un retorno momentáneo al estado cercano a las condiciones iniciales (conocido por los científicos como "recurrencia de Poincaré") sea mucho más probable que en una típica transformación caótica. En el caos "típico", las probabilidades de que la cara de Poincaré reaparezca a medida que se producen las iteraciones es astronómicamente pequeña, sobre todo si hay interferencia de fondo. Un pequeño salto en la señal eléctrica que va al ordenador, por ejemplo, sería plegado dentro de las iteraciones y destruiría la información original.



N = 1



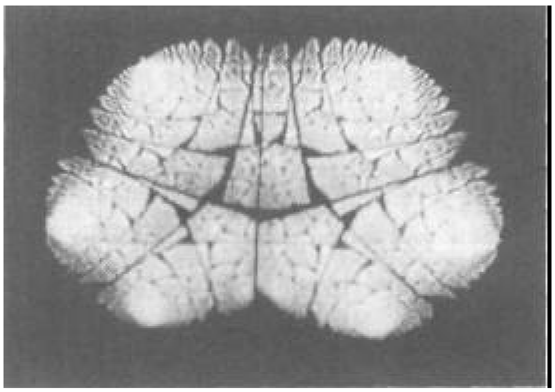
N = 10

N = 48

N = 241

grande como el universo, capaz de realizar cálculos que incluyan hasta treinta y un lugares.

Figura 4.4. Videocaos. Si apuntamos la cámara a su monitor creamos una realimentación incesante, y la forma del caos



Aun con el error de redondeo reducido al orden de una parte en 10^{31}, el determinismo y la previsibilidad resbalan, pues al cabo de sólo 100 iteraciones de este colosal ordenador nuestro error infinitesimal habrá desbaratado el cálculo. Dada la velocidad con que los ordenadores normales hacen las iteraciones, la previsibilidad se esfuma en una fracción de segundo cuando se trata de ecuaciones altamente no lineales.

El físico del caos Crutchfield declara: "La consecuencia de medir con una precisión que es sólo finita consiste en que las mediciones no son suficientemente buenas: el caos se adueña de ellas y las hace estallar en nuestra cara". El efecto mariposa. Los científicos del cambio se ponen líricos cuando hablan de la sensibilidad ante las condiciones iniciales.

En la danza de los planetas y los electrones en órbita, las correlaciones constantemente se desbaratan mediante una acumulación de cambios microscópicos, lo cual refleja la sensibilidad de los números diminutos a la iteración en el universo real.

En un artículo científico, Crutchfield, Doyne Farmer, Normon H. Packard y Robert Shaw, cuatro de los pioneros del caos, explican que la sensibilidad de los sistemas físicos dinámicos es tan grande que la predicción perfecta del efecto de una bola de billar golpeando las demás bolas es imposible. "¿Por cuánto tiempo podría un jugador con perfecto control de su golpe predecir la trayectoria de la bola? Si el jugador ignorara un efecto aún tan minúsculo como la atracción gravitatoria de un electrón desde el linde de la galaxia, la predicción resultaría errónea al cabo de un minuto."

¿Por qué? Porque las ecuaciones que rigen las duras bolas de billar tienen una no linealidad iterativa, de modo que el movimiento del sistema definido por la ecuación es infinitamente sensible al movimiento cambiante de todo lo demás: la presión del aire, la temperatura, la servilleta de la mesa, el tono muscular del jugador de billar, la psicología del jugador, la fuga de neutrinos desde una super-nova que está a millones de años-luz de distancia, la gravedad de un electrón. La iteración de ecuaciones no lineales revela una vasta sensibilidad a la interconexión que se manifiesta en los ordenadores de los científicos como imprevisibilidad, caos, atractor extraño.

Esta vasta sensibilidad sugiere otro enfoque de la totalidad. En vez de pensar el todo como la suma de las partes, pensémoslo como aquello que aflora bajo el disfraz del caos cada vez que los científicos intentan separar y medir sistemas dinámicos como si estuvieran compuestos por partes. Es el error del redondeo, lo que el físico Joseph Ford denomina la "información faltante" que surge al cabo de diecisiete, treinta y una o cinco millones de iteraciones y oblitera la predicción. La información faltante (el todo) está "implícita" en los sistemas dinámicos mediante una delgada e infinita hilacha de puntos decimales decrecientes en las ecuaciones que representan procesos dinámicos. A través de esta hilacha, como a través del cuello de un globo, el todo es bombeado por la iteración hasta que hace estallar la ecuación.

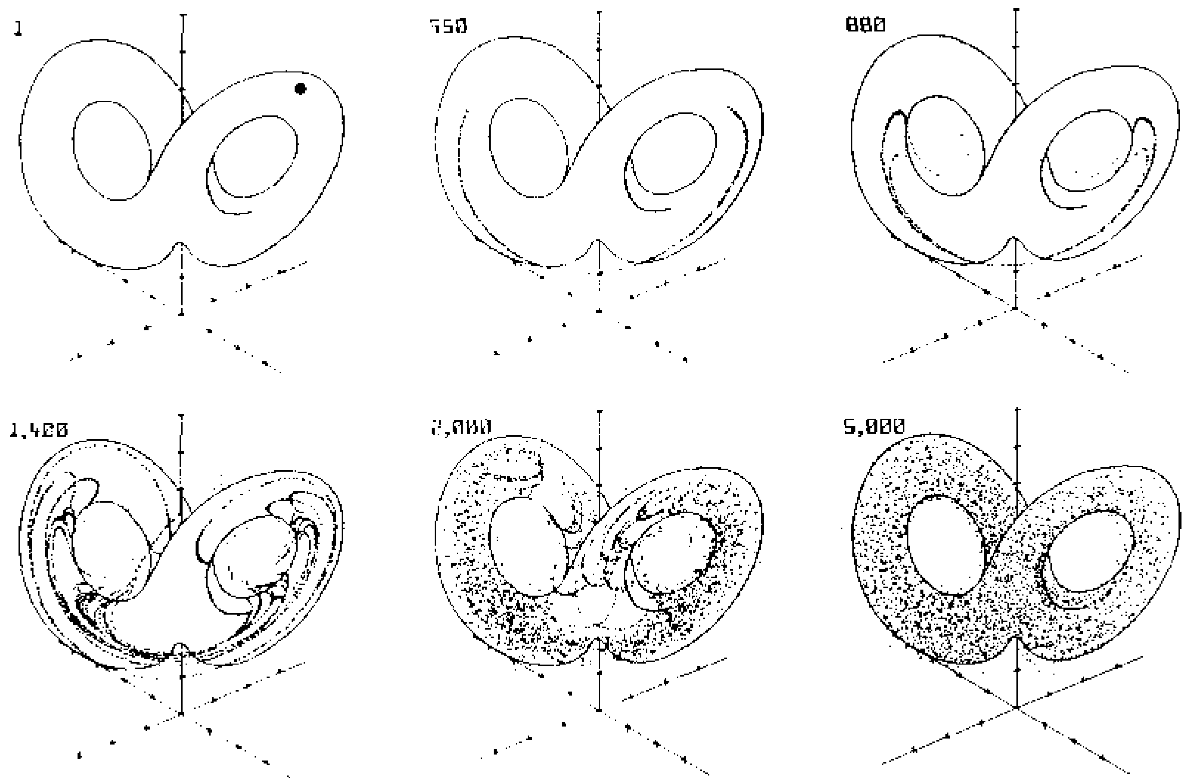


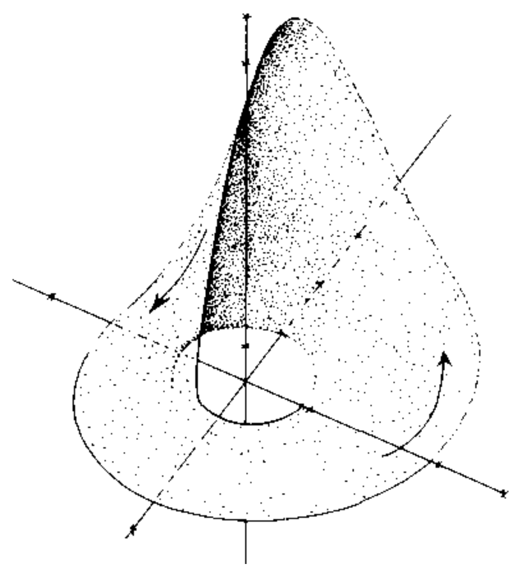
Figura 4.5. Un ejemplo de cómo el orden conduce al caos. Comencemos con un punto en el espacio de fases. Ese punto representa una vasta complejidad que subyace al sistema. En este caso el sistema es el tiempo meteorológico cambiante estudiado por Lorenz. El atractor extraño subyacente que Lorenz descubrió en los sistemas meteorológicos se llama atractor de Lorenz.
Aunque el punto inicial de medición (primer panel) parece seguro, está en realidad relacionado mediante procesos de realimentación con el resto del sistema y así tiene incorporada una gran incertidumbre. Las iteraciones del sistema (es decir, la realimentación mutua de sus "partes") revelan la complejidad y la incertidumbre. El punto del espacio de fases donde se tomó la medición inicial comienza a estirarse y plegarse en una nube de incertidumbre que cobra la forma del atractor extraño. Pronto la ecuación muestra que el verdadero estado del sistema (el tiempo) podría estar en cualquier parte del atractor. Se dice que los sistemas caóticos como el tiempo son lógicamente imprevisibles pero globalmente estables. La estabilidad global significa que siempre cobran la forma de su atractor extraño.
El atractor extraño no sólo es la forma de la imprevisibilidad, sino la forma de las cualidades dinámicas del tiempo climático y una imagen de su interacción con el todo.

El físico teórico Frank Harlow de Los Alamos dice que las incertidumbres o errores —la información faltante— acerca de las condiciones iniciales de los sistemas dinámicos son similares a las "semillas" que producen turbulencia y caos: las alas de la mariposa, una tosca aglomeración de cristales de hielo en el ala de un avión, un electrón en el linde de la galaxia. Cualquier cosa puede ser una semilla si está en el sitio adecuado y en la dinámica adecuada. La iteración infla las fluctuaciones microscópicas hasta llevarlas a una escala macroscópica.

En un nivel filosófico, la teoría del caos puede resultar confortante para quien crea que ocupa un lugar ínfimo en el cosmos. Las cosas ínfimas pueden surtir un efecto enorme en un universo no lineal.

Los cosmólogos opinan que si las condiciones iniciales durante el *big bang* hubieran variado tan sólo en un cuanto de energía (la cosa conocida más pequeña que podemos mensurar), el universo sería un lugar muy diferente. La forma de las cosas depende de lo más diminuto. En este sentido, la parte es el todo, pues mediante la acción de cualquier parte el todo se puede manifestar como caos o como cambio transformador. Esa "parte" transformadora, el todo incipiente, es la "información faltante" que delinea la imprevisibilidad del sistema a través de la iteración. La forma que delinea es la del atractor extraño.

Figura 4.6. Los científicos están descubriendo muchas formas de atractores extraños o caóticos. El de la figura es el atractor de Rössler. El químico teórico Otto Rössler lo concibió al observar una máquina que estiraba melcocha replegándola sobre sí misma. Rössler imaginó lo que ocurriría con dos uvas pasas en la melcocha y anotó la ecuación que describiría la divergencia. El atractor de Rössler se ha observado en la turbulencia creciente de los flujos fluidos y las reacciones químicas. Los puntos cercanos del sistema se estiran alrededor de esta forma una y otra vez, creando pliegues dentro de pliegues. Pronto los puntos se separan, y los muchos pliegues imposibilitan decir en qué parte del atractor están los puntos. El atractor es la forma creada en el espacio de fases por la "información faltante", la forma de la incertidumbre. ¿Son los atractores formas a través de las cuales se manifiesta el infinitamente complejo orden de la totalidad?



Varios físicos creen que hay una conexión entre el principio de la "información faltante" en los sistemas caóticos y el famoso teorema de la incompletitud de Gödel. En la década de 1930 Kurt Gödel asombró a los matemáticos demostrando que importantes sistemas lógicos como la aritmética y el álgebra siempre contienen enunciados que son verdaderos pero que no se pueden derivar de un conjunto fijo de axiomas. Gödel descubrió que siempre habrá información faltante, un agujero en el centro de esta lógica. Podemos decir que ese agujero es el todo.

La prueba del teorema de la incompletitud se basaba en la paradoja del mentiroso. En vez de tomar al cretense que decía "todos los cretenses son mentirosos", Gödel demostró un enunciado matemático que decía: "Este enunciado es indemostrable".

Gregory Chaitin, un matemático del centro de investigaciones de IBM en Yorktown Heights, Nueva York, usa una nueva prueba, tomada de la teoría de la información, del teorema de Gödel para argumentar que el hallazgo de Gödel no es una mera curiosidad matemática. Chaitin cree que la paradoja iterativa, el agujero que hay en el centro de nuestra lógica, el caos potencial de la información faltante, se aplica naturalmente a muchas de las cosas en que pensamos, si no a la mayoría.

La mecánica cuántica descubrió en la primera parte del siglo, en leyes tales como el principio de incertidumbre, la complementariedad y la dualidad onda-partícula, que hay límites a lo que podemos observar acerca de los acontecimientos microscópicos. Bohr postuló que en ese nivel existe una totalidad ininterrumpida que no se puede separar en partes o eventos. Los científicos del siglo veinte, desde Bohr y Gödel hasta los teóricos del caos, parecen regresar a una antigua intuición. En el siglo tres antes de Cristo, Aristóteles la expresó en su *Etica nicomaquea:* "Es indicio de una mente educada contentarse con el grado de precisión que admite la naturaleza del asunto, y no buscar exactitud cuando sólo es posible una aproximación".

La mecánica cuántica es una teoría revolucionaria porque considera que el micromundo es básicamente estadístico e indeterminado, no "exacto". La teoría del caos proviene de la física clásica, del determinismo —reduccionismo— newtoniano de causa y efecto, que aún se considera como la norma del mundo en gran escala. La mayoría de los científicos creían que al menos aquí, en un mundo de patrones de tráfico y nubes de lluvia, la causa y el efecto tenían que prevalecer: aunque no pudiéramos aprender a predecir y controlar tales cosas a la perfección, podíamos aproximarnos cada vez más al ideal. Pero en el espejo del determinismo hemos entrevisto una invasión indeterminada. Los científicos del caos han descubierto que los sistemas deterministas que se mantienen a sí mismos por oscilación, iteración, realimentación y ciclos límite (sistemas que incluyen la mayoría de las cosas que nos interesan) son vulnerables al caos y enfrentan un destino indeterminado (imprevisible) si se los lleva más allá de límites críticos.

Dos cuencos de sopa cocinados en una estufa en las mismas condiciones se comportan de modo diferente. Las condiciones de los sistemas dinámicos jamás son idénticas, pero en general podemos ignorar impunemente las diferencias porque no se magnifican, y por tanto no transforman lo familiar en algo caótico. Tradicionalmente hemos apreciado la simple regularidad del orden en nuestro mundo familiar, pasando por alto los órdenes (o caos) infinitamente más elevados entretejidos dentro de ella.

Pero los fenómenos tales como el ataque cardíaco revelan que dentro del orden localizado acechan atractores extraños. Recientemente se ha descubierto que la palpitación cardiaca normal es irregular y sigue un sutil atractor extraño.

Nuestra vida y nuestra salud dependen de vivir dentro de capas de orden y desorden. El físico Paul Rapp señala que la teoría del caos ofrece la posibilidad de tratar "trastornos convulsivos" como la epilepsia mediante una "reacomodamiento de parámetros", para que las oscilaciones del cerebro regresen a los límites caóticos normales y así cesen las convulsiones.

Richard Day, profesor de economía de la Universidad de California Sur, ha demostrado que muchas de las ecuaciones importantes de la economía están sometidas a iteraciones que conducen al caos y erosionan la previsibilidad. Day afirma que los economistas suelen dar por sentado que las conmociones externas y los acontecimientos imprevistos alteran los ciclos económicos. Pero él ha descubierto que los ciclos mismos son inherentemente caóticos: "Los períodos de ciclos erráticos pueden estar mechados con períodos de crecimiento más o menos estables. Evidentemente la conducta 'futura' de una solución modelo no se puede anticipar a partir de sus patrones 'pasados'". Y lo que ocurre con los modelos es precisamente lo que ocurre en la realidad: el orden regular está impregnado de orden caótico.

Evidentemente el orden familiar y el orden caótico están dispuestos en láminas, como bandas de intermitencia. Al ingresar en ciertas bandas, el sistema sufre una intrusión y se curva iterativamente sobre sí mismo, arrastrado a la desintegración, la transformación y el caos. Dentro de otras bandas, los sistemas cumplen ciclos dinámicos, manteniendo su forma durante períodos prolongados. Pero eventualmente todos los sistemas ordenados sienten el salvaje y seductor llamado del caótico atractor extraño.

Apropiadamente, Poincaré fue el primero en reparar en la sensibilidad de los sistemas iterados ante sus condiciones iniciales. Ávido jugador, el gran matemático francés observó que sutiles diferencias en el movimiento que el crupié imprime a la bola de una ruleta pueden causar grandes diferencias en cuanto a la ranura donde al fin caerá la bola. El grito del crupié ahora se puede entender como el grito del caos, el orden y el cambio, como el sonoro grito del todo: "Da vueltas y vueltas, pero nadie sabe dónde se detendrá".